

Л.В. Дехтярук

Розмірний гальваномагнітний ефект у мультишарах з полікристалічною структурою

*Харківський державний технічний університет будівництва та архітектури,
вул. Сумська, 40, м. Харків, 61002, Україна, E-mail: dekhtyaruk@mail.ru*

З використанням квазікласичного наближення у рамках модифікованої моделі Маядаса і Шацкеса теоретично проаналізована залежність питомої провідності (питомого опору) багатошарової плівки (БП), яка складається з полікристалічних шарів металу різної товщини та з різною ступінню концентрації дефектів в об'ємі шарів металу, від відношення товщин сусідніх шарів та величини магнітного поля, яке ортогональне інтерфейсам зразка. Отримані загальний та асимптотичні вирази для провідності мультишару і показано, що в області слабого магнітного поля опір БП немонотонним чином залежить від відношення товщин шарів. В області сильного магнітного поля питомий опір багатошарового зразка осцилює зі зміною магнітного поля, причому амплітуда осциляцій визначається ступінню шорсткостей інтерфейсів та структурою шарів металу. Проведений докладний числовий розрахунок питомого опору БП від відношення товщин сусідніх шарів металу та величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які описують структуру зразка, об'єму та інтерфейсну релаксацію носіїв заряду.

Ключові слова: багатошарова полікристалічна плівка, модель Маядаса та Шацкеса, гальваномагнітний осциляційний ефект.

Стаття постуила до редакції 30.05.2007; прийнята до друку 15.09.2008.

Вступ

Транспортні розмірні ефекти у нанокристалічних плівкових системах у вигляді дво – або багатошарових структур широко вивчаються як теоретично, так і експериментально. Інтерес до таких систем обумовлений постійним пошуком нової елементної бази мікроелектроніки та обчислювальної техніки. З іншого боку дослідження кінетичних явищ у мультишарах дає можливість отримати таку важливу, з фундаментальної точки зору інформацію, щодо взаємодії носіїв заряду з межами поділу шарів металу (інтерфейсами) з різними електрофізичними характеристиками.

У даному повідомленні з використанням модифікованої моделі Маядаса і Шацкеса (модель МШ) [1] теоретично проаналізований розмірний осциляційний ефект у багатошаровій плівковій системі з полікристалічною структурою, в умовах ефекту Зондгайма [2]. Показано, що в області слабого магнітного поля питомий опір немонотонним чином залежить від відношення товщин сусідніх шарів металу, а в області сильного магнітного поля, провідність багатошарового зразка осцилює зі зміною магнітного поля, причому амплітуда осциляцій визначається структурою шарів металу і ступінню шорсткостей інтерфейсів.

Проведений докладний чисельний розрахунок питомого опору багатошарової плівки у широкому інтервалі товщин шарів металу зразка та величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують мультишар.

I. Загальний вираз для провідності полікристалічного мультишару

Розглянемо багатошарову періодичну структуру, яка складається з полікристалічних шарів металу, що чергуються, різної товщини ($d_j \neq d_n$) та з різним ступенем концентрації дефектів в об'ємі шарів металу ($l_j \neq l_n$, l_j – довжина вільного пробігу носіїв заряду). Будемо вважати, що до багатошарової плівки (БП) прикладене зовнішнє однорідне електричне поле напруженістю E уздовж меж поділу шарів (МПШ) металу, а сильне однорідне магнітне поле H направлене уздовж нормалі до інтерфейсів зразка, так що характерний ларморівський радіус електронів $r \ll d_j$ товщини j – го шару. Оскільки ми нехтуємо незначними крайовими ефектами, то елементом періодичності БП є подвійний шар (бішар) товщиною $d = d_1 + d_2$ і, відповідно, наша задача зводиться до розрахунку провідності у двошаровому зразку з

періодичними граничними умовами.

Для того щоб обчислити густину струму \mathbf{J}

$$\mathbf{J} = \frac{2}{d} \frac{e}{h^3} \sum_{j=1}^2 \int d^3 p \mathbf{v}_j f_j(|\mathbf{x}|, \mathbf{p}), \quad (1)$$

необхідно розв'язати лінеаризоване по слабкому електричному полю кінетичне рівняння Больцмана для функції розподілу електронів $f_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ у кожному шарі елемента періодичності БП

$$f_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = f_0(\varepsilon_j) - \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_j} \Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}), \quad j=1,2, \quad (2)$$

яке у τ -наближенні для інтеграла зіткнення має наступний вигляд:

$$\frac{\partial \Psi_j}{\partial t} + \mathbf{v}_j \frac{\partial \Psi_j}{\partial \mathbf{r}} + \frac{\Psi_j}{\tau_j} = e \mathbf{v}_j \mathbf{E}. \quad (3)$$

У формулах (1) – (3) d – товщина бішару; h – стала Планка; e , \mathbf{r} і \mathbf{p} – заряд, координата та квазіімпульс носія заряду; \mathbf{v}_j і ε_j – його швидкість та енергія; $f_0(\varepsilon_j)$ – фермівська функція розподілу електронів; t – час руху носія заряду по траєкторії.

Ефективний час релаксації електронів τ_j у моделі МШ враховує розсіяння носіїв заряду, як в об'ємі шарів металу, так і на межах зерен і дорівнює [1]:

$$\frac{1}{\tau_j} = \frac{1}{\tau_{0j}} \left\{ 1 + \alpha_j \frac{p_F}{|p_{yj}|} \right\}, \quad (4)$$

де τ_{0j} – характерний час релаксації носіїв заряду відносно їх пружних зіткнень в об'ємі шарів металу; p_F – фермівський квазіімпульс; p_{yj} – перпендикулярна міжкристалітним границям компонента квазіімпульсу електрона; $\alpha_j = \frac{l_j}{L_j} \frac{R_j}{1-R_j}$ – зерномежовий параметр, L_j – ширина кристалітів у площині шарів металу, R_j – ймовірність дзеркального розсіяння електронів на межах зерен.

Загальний розв'язок кінетичного рівняння (3) може бути знайдений за допомогою методу характеристик

$$\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = F_j e^{\frac{\lambda-t}{\tau_j}} + \int_{\lambda}^t dt' e \mathbf{v}_j(t') \mathbf{E} e^{\frac{t'-t}{\tau_j}}, \quad (5)$$

і містить довільні функції F_j , які необхідно визначити за допомогою граничних умов, які описують характер взаємодії електронів з МПШ металу; $\lambda < t$ і має зміст моменту часу останньої взаємодії носія заряду з інтерфейсами бішару ($x_s = -d_1, 0, d_2$), і є ближчим до t , однак меншим його корінь рівняння:

$$x - x_s = \int_{\lambda}^t v_{xj}(t') dt' \equiv x_j(t) - x_j(\lambda). \quad (6)$$

Для простоти будемо вважати, що у кожному шарі металу багатшарового зразка закон дисперсії для електронів квадратичний та ізотропний. У цьому

випадку перенормування хімічного потенціалу носіїв заряду після взаємодії з МПШ відсутнє [3], і граничні умови для функції $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ (5), які дозволяють знайти функції F_j , мають такий вигляд [3]:

$$\begin{aligned} \Psi_j^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}) &= P_{jn} \Psi_j^{s_n}(s_n d_j, \mathbf{p}') + Q_{nj} \tilde{\Psi}_n^{s_j}(s_n d_j, \mathbf{p}''), \\ (7) \Psi_j^{s_n}(0, \mathbf{p}) &= P_{jn} \Psi_j^{s_j}(0, \mathbf{p}') + Q_{nj} \Psi_n^{s_n}(0, \mathbf{p}''), \\ & j \neq n = 1, 2. \end{aligned} \quad (8)$$

Тут $P_{jn} = const$ – ймовірність дзеркального розсіяння носіїв заряду на межі поділу між j -м та n -м шарами металу; $Q_{nj} = cons$ – ймовірність проходження електрона з n -го шару в j -й шар без розсіяння, так що $P_{jn} + Q_{nj} \leq 1$. Квазіімпульси \mathbf{p} , \mathbf{p}' і \mathbf{p}'' зв'язані умовами збереження енергії та тангенційної по відношенню до МПШ компоненти квазіімпульсу; $s_j = sign v_{xj}$ – і вказує знак нормальної до міжшарової межі складової швидкості v_{xj} носіїв заряду. Тильда у другому доданку правої частини граничної умови (7) вказує на те, що функції $\tilde{\Psi}_n^{s_j}$ описують розподіл електронів у сусідніх шарах металу, по відношенню до елемента періодичності багатшарового зразка, для якого записуються граничні умови.

Підставляючи функції $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ в формі (5) у граничні умови (7) та (8), отримаємо систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно F_j . Знаючи функції розподілу $\Psi_j(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ у кожному шарі БП, можна записати компоненти тензору провідності $\sigma_{\alpha\beta}$ ($\alpha, \beta = y, z$), який зв'язує повний електричний струм (1) у мультишарі з електричним полем E_β :

$$\sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \text{Re} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\}, \quad (9)$$

$$\sigma_{yz} = -\sigma_{zy} = \text{Im} \left\{ \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j^* \right\} \quad (10)$$

Тут σ_{0j} – коефіцієнт питомої провідності масивного зразка з монокристалічною структурою у відсутності магнітного поля, час релаксації в якому τ_{0j} , а розмірні функції Φ_j^* можна записати у такому вигляді:

$$\begin{aligned} \Phi_j^* &= \\ &= f_j^* - \frac{6}{\pi} \frac{k_j}{\pi^{1/2}} \int_0^{\pi/2} d\varphi \cos^2 \varphi \int_0^1 dx \frac{(x-x^3)(1-E_j)}{(k_j H_j + i\beta_j)^2} G_j, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} f_j^* &= \\ &= \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j}{k_j + i\beta_j} + 3\alpha_j^2 \frac{k_j^2}{(k_j + i\beta_j)^2} - \right. \\ &\quad \left. - 3\alpha_j^3 \frac{k_j^3}{(k_j + i\beta_j)^3} \ln \left| 1 + \frac{k_j + i\beta_j}{k_j \alpha_j} \right| \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$G_j = 1 - \frac{1}{\Delta} \left\{ (1 + P_{jn} E_j)(1 + P_{nj} E_n) - \right. \\ \left. - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} \left\{ C_j (1 - P_{nj} E_n) + \right. \\ \left. + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i \beta_j}{k_n H_n + i \beta_n} E_n C_n \right\}, \\ C_j = P_{jn} (1 - E_j) + Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j H_j + i \beta_j}{k_n H_n + i \beta_n} (1 - E_n), \\ \Delta = \left\{ (1 - P_{jn} E_j)(1 - P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\} * \\ * \left\{ (1 + P_{jn} E_j)(1 + P_{nj} E_n) - Q_{jn} Q_{nj} E_j E_n \right\}, \\ E_j = \exp \left\{ -\frac{k_j H_j}{x} - i \frac{\beta_j}{x} \right\}, H_j = 1 + \frac{\alpha_j}{\cos \varphi \sqrt{1 - x^2}}, \\ k_j = \frac{d_j}{l_j}, d_{n,j} = \frac{d_n}{d_j}, \beta_j = \frac{d_j}{r}, \frac{\beta_j}{k_j} \equiv \Omega \tau_j, \quad (13)$$

де Ω – ларморівська частота, i – уявна одиниця.

Отримані загальні формули (9) та (10) у рамках моделі МШ в принципі повністю вирішують поставлену задачу і визначають залежність компонент тензору питомої провідності багат шарової плівкової системи з полікристалічною структурою від товщини шарів металу, їхньої структури та величини магнітного поля (гальваномагнітний осциляційний ефект у полікристалічних БП). Інтеграл, які входять у формули (9) та (10), не можна виразити через елементарні функції, тому подальший аналіз гальваномагнітного розмірного ефекту в БП можливий лише на основі чисельного розрахунку. Однак, для граничних значень параметрів k_j , α_j і β_j можна отримати прості аналітичні вирази, які значно спрощують порівняння теоретичних результатів з експериментальними. Подалі ми проаналізуємо найбільш цікавий, з точки зору експерименту випадок, а саме провідність багат шарової плівки.

II. Асимптотичні формули для розмірної функції

У випадку, коли інтерфейси багат шарової плівки дзеркальним чином розсіюють електрони ($P_{jn} + Q_{nj} = 1$), розмірний множник у формулі (11) буде дорівнювати нулю і провідність мультишару σ в ортогональному до МПШ магнітному полі буде визначатися формулою (9) у якій функції $\Phi_j^* = f_j^*$. У випадку, коли шари металу

БП мають крупнозернисту структуру ($\alpha_j \ll 1$), вираз для коефіцієнта електропровідності значно спрощується і набуває вигляду ($\Phi_j = \text{Re}(\Phi_j^*)$):

$$\sigma = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j = \\ = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \right\} \cong \\ \cong \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \begin{cases} 1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} - \frac{3}{2} \alpha_j \left(1 - \frac{3\beta_j^2}{k_j^2} \right), & \frac{\beta_j}{k_j} \ll 1, \\ \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left(1 + \frac{3}{2} \alpha_j \right) \left(1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right), & \frac{\beta_j}{k_j} \gg 1. \end{cases} \quad (14)$$

Якщо ж виконується протилежна нерівність ($\alpha_j \gg 1$), тобто коли структура шарів металу БП дрібнозерниста, то провідність мультишару при довільних значеннях величини магнітного поля має наступний вигляд:

$$\sigma = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \frac{3}{4\alpha_j} \left\{ 1 - \frac{4}{5\alpha_j} + \frac{2}{3\alpha_j^2} \left(1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) \right\}. \quad (15)$$

При довільному характері взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами багат шарового зразка, асимптотичні формули для розмірних функцій Φ_j БП, яка складається з товстих ($k_j \gg 1$) шарів металу з дрібнозернистою ($\alpha_j \gg 1$) та крупнозернистою ($\alpha_j \ll 1$) структурами, можна отримати з формули (11). У цьому випадку, експоненти у виразі (11) малі і ними можна знехтувати, а функцію H_j потрібно розкласти в ряд по ступеням α_j , що дозволяє виконати інтегрування по кутам $x = \cos \theta$ та φ і отримати наступну формулу для провідності мультишару, яка виконується при довільних значеннях параметрів q_j, P_{jn}, Q_{nj} і β_j :

$$\sigma(H) = \frac{1}{d} \sum_{j=1}^2 d_j \sigma_{0j} \Phi_j(H), \quad (16)$$

де

$$\Phi_j(H) = \frac{k_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{3}{2} \alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} - \frac{3}{8k_j} \left[(1 - P_{jn}) \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} \left(1 - \frac{32}{3\pi} k_j^2 \alpha_j \frac{k_j^2 + 3\beta_j^2}{k_j^4 - \beta_j^4} \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - Q_{nj} d_{n,j} \frac{k_j k_n - \beta_j \beta_n}{k_n^2 + \beta_n^2} \left(1 - \frac{16}{3\pi} \frac{k_j k_n}{k_j k_n - \beta_j \beta_n} \left(\alpha_j \frac{k_j^2 - \beta_j^2}{k_j^2 + \beta_j^2} + \alpha_n \frac{k_n^2 - \beta_n^2}{k_n^2 + \beta_n^2} \right) \right) \right] \right\}, \quad \alpha_j \ll 1, \quad (17)$$

$$\Delta\Phi_j = \Phi_j(0) - \Phi_j(H) = \frac{1}{2\alpha_j^3} \left\{ \frac{\beta_j^2}{k_j^2} + \frac{135}{256k_j\alpha_j^4} \left[(1-P_{jn}) \left(1 - \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) + \frac{1}{3} Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j^2}{\alpha_n^2} \left(1 - \frac{\beta_j\beta_n}{k_jk_n} \right) \right] \right\}, \quad \alpha_j \gg 1. \quad (18)$$

З формули (17) витікає, що в області слабого ($\beta_j \ll 1$) та сильного ($\beta_j \gg 1$) магнітних полів розмірні функції $\Phi_j(H)$ багат шарової плівки з крупнозернистою структурою можуть бути записані у вигляді:

$$\Delta\Phi_j = \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \left\{ 1 - \frac{9}{2} \alpha_j - \frac{9}{8k_j} \left[(1-P_{jn}) \left(1 - \frac{128}{9\pi} \alpha_j \frac{\beta_j^2}{k_j^2} \right) - \frac{1}{3} Q_{nj} \tau_{0n,j} \left(1 + \frac{k_j\beta_j}{k_n\beta_n} + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} - \frac{16}{3\pi} + \left(\alpha_j \left(3 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) + \alpha_n \left(1 + \frac{\beta_n^2 k_j^2}{\beta_j^2 k_n^2} \right) \right) \right] \right\}, \quad (19)$$

$$\frac{\beta_j}{k_j} \ll 1,$$

$$\Phi_j = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{3}{2} \alpha_j \left(1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} \right) + \frac{3}{8k_j} \left[(1-P_{jn}) \left(1 - \frac{3k_j^2}{\beta_j^2} + \frac{32}{3\pi} \alpha_j \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \right) - Q_{nj} \left(1 - \frac{k_j^2}{\beta_j^2} - \frac{k_n^2}{\beta_n^2} - \frac{k_j k_n}{\beta_j \beta_n} \left(1 + \frac{16}{3\pi} (\alpha_j + \alpha_n) \right) \right) \right] \right\}, \quad (20)$$

$$\frac{\beta_j}{k_j} \gg 1.$$

У формулах (18) та (19) величини $\Phi_j(0)$ визначають розмірні функції у відсутності магнітного поля і дорівнюють [4]:

$$\Phi_j(0) = \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{3}{2} \alpha_j - \frac{3}{8 k_j} \left\{ (1-P_{jn}) \left(1 - \frac{32}{3\pi} \alpha_j \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \left(1 - \frac{16}{3\pi} (\alpha_j + \alpha_n) \right) \right\}, \\ \alpha_j \ll 1, \\ \frac{3}{4 \alpha_j} \left\{ 1 - \frac{1}{8 k_j \alpha_j} \left[(1-P_{jn}) \left(1 - \frac{512}{105 \pi \alpha_j} \right) - Q_{nj} \tau_{0n,j} \frac{\alpha_j}{\alpha_n} \left(1 - \frac{256 (\alpha_j + \alpha_n)}{105 \pi \alpha_j \alpha_n} \right) \right] \right\}, \\ \alpha_j \gg 1. \end{array} \right. \quad (21)$$

Розглянемо випадок, коли багат шарова плівка

складається з тонких шарів металу ($k_j \ll 1$) і виконується нерівність ($\alpha_j < k_j$). У цьому випадку розсіянням носіїв заряду на межах зерен можна знехтувати [4,5], а функцію Φ_j (11) у сильному магнітному полі ($\beta_j \gg 1$) зручно записати у вигляді суми монотонної та осцилюючої частин

$$\Phi_j = \Phi_j^{mon} + \Phi_j^{os}, \quad (22)$$

де монотонно залежна від величини магнітного поля частина розмірної функції дорівнює:

$$\Phi_j^{mon} = \frac{k_j^2}{\beta_j^2} \left\{ 1 + \frac{3}{8k_j} (1-P_{jn} - Q_{nj}) \right\} \quad (23)$$

Для розрахунку осцилюючої частини розмірної функції Φ_j^{os} , інтеграли у формулі (11), можна обчислити за допомогою методу стаціонарної фази. Кінцевий результат розрахунку запишемо у вигляді [6]:

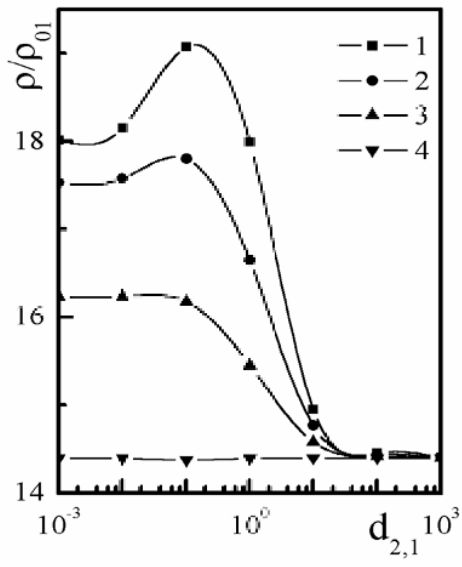
$$\Phi_j^{os} = \frac{3}{\beta_j^4} \left\{ (1-P_{jn}) (1-P_{jn} - Q_{nj}) e^{-k_j} \cos \beta_j - Q_{nj} d_{j,n}^2 (1-P_{jn} - Q_{jn}) e^{-k_n} \cos \beta_n + Q_{nj} \left((1-P_{jn}) (1-P_{jn} - 2Q_{jn}) + Q_{jn} Q_{nj} \right) * \frac{e^{-(k_j+k_n)}}{(1+d_{n,j})^2} \cos(\beta_j + \beta_n) \right\} \equiv \frac{3k_j}{\beta_j^4} \tilde{\Phi}_j^{os} \quad (24)$$

а відношення осцилюючої частини Φ_j^{os} (24) до монотонної Φ_j^{mon} (23) має наступний вигляд:

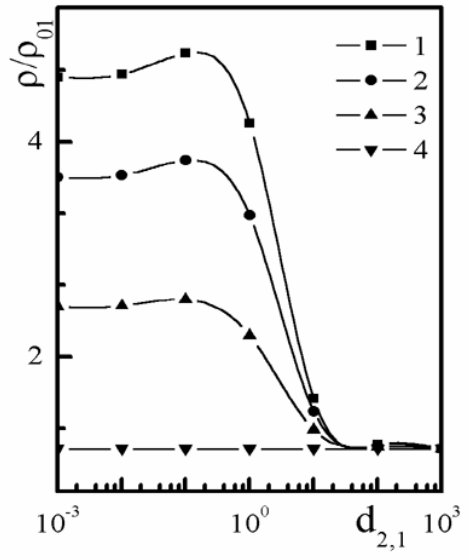
$$\frac{\Phi_j^{os}}{\Phi_j^{mon}} = \frac{3}{\frac{d_j}{l_j} + \frac{3}{8} (1-P_{jn} - Q_{nj})} \left(\frac{r}{d_j} \right)^2 \tilde{\Phi}_j^{os}, \quad (25)$$

де величини $\tilde{\Phi}_j^{os}$ визначені співвідношенням (24). Таким чином, в області сильного магнітного поля, питома провідність (опір) стає осцилюючою функцією магнітного поля, що обумовлено втратою кореляції між "падаючим" та відбитим електроном (або носієм заряду, який тунелює у сусідній шар металу), а основний внесок в Φ_j^{os} вносить лише окіл точки, де змінна інтегрування x дорівнює одиниці, що відповідає опорним точкам поверхні Фермі [7-11]. З формули (24) витікає, що осциляційна залежність провідності БП, як і у випадку двошарової монокристалічної плівки [11], носить складний характер, оскільки окрім осциляцій Зондгаймера обумовлених товщиною шарів металу d_j , виникають гармоніки, які зв'язані з товщиною елемента періодичності багат шарової плівки.

При відхиленні магнітного поля від нормалі до інтерфейсів багат шарового зразка, якісний характер залежності провідності БП від магнітного поля та товщин шарів металу не зміниться. У цьому випадку у формулі (11) товщину d_j необхідно замінити



а)



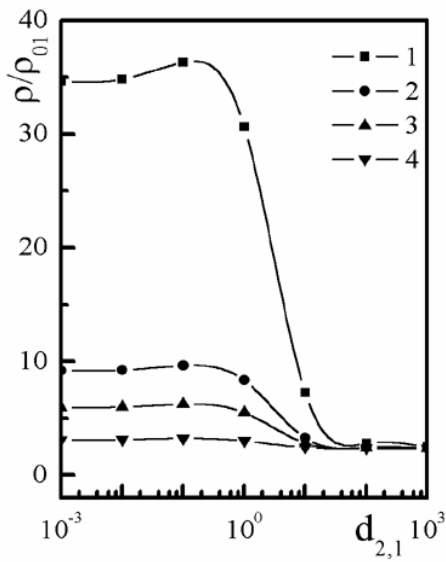
б)

Рис. 1(а). Залежність питомого опору багат шарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

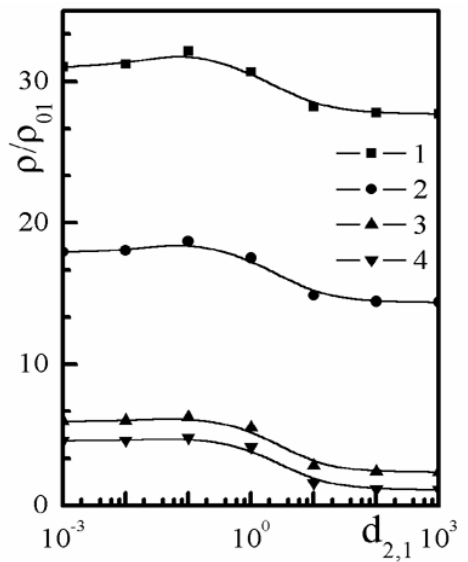
$P_{jn} = 0,1, k_1 = 0,1, l_{1,2} = 1,$
 $\beta_1 = 0,1, \alpha_j = 10 : 1 - Q_{jn} = 0,0 ; 2 - Q_{jn} = 0,3 ;$
 $3 - Q_{jn} = 0,6 ; 4 - Q_{jn} = 0,9 .$

Рис. 1(б). Залежність питомого опору багат шарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

$Q_{jn} = 0,1, k_1 = 0,1,$
 $l_{1,2} = 1, \beta_1 = 0,1, \alpha_j = 0,1 : 1 - P_{jn} = 0,1 ;$
 $2 - P_{jn} = 0,3 ; 3 - P_{jn} = 0,6 ; 4 - P_{jn} = 0,9 .$



в)



г)

Рис. 1(в). Залежність питомого опору багат шарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

$P_{jn} = Q_{jn} = 0,1, l_{1,2} = 1,$
 $\beta_1 = 0,1, \alpha_j = 1 : 1 - k_1 = 0,01 ; 2 - k_1 = 0,05 ; 3 - k_1 = 0,1 ;$
 $4 - k_1 = 5 .$

Рис. 1(г). Залежність питомого опору багат шарової плівки від відношення товщин сусідніх шарів металу в області слабкого магнітного поля при таких значеннях параметрів:

$P_{jn} = Q_{jn} = 0,1, k_1 = 0,1, \beta_1 = 0,1, l_{1,2} = 1,$
 $1 - \alpha_j = 20 ; 2 - \alpha_j = 10 ; 3 - \alpha_j = 1 ; 4 - \alpha_j = 0,1 .$

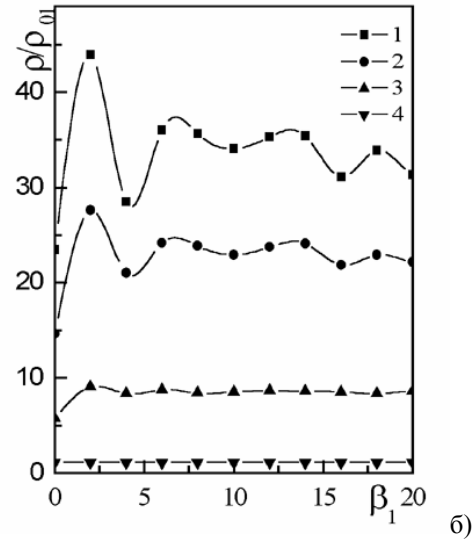
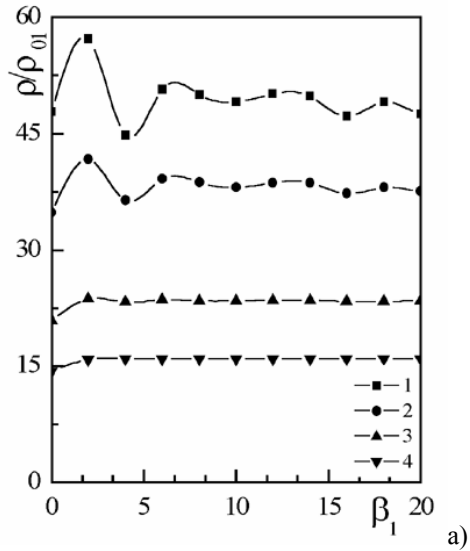


Рис.2 (а). Залежність питомого опору мультишару від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують багат шаровий зразок:

$$P_{jn} = 0,1, k_1 = 0,01, l_{1,2} = 1,$$

$$d_{2,1} = 1, \alpha_j = 10 : 1 - Q_{jn} = 0,0 ; 2 - Q_{jn} = 0,3 ;$$

$$3 - Q_{jn} = 0,7 ; 4 - Q_{jn} = 0,9 .$$

Рис.2 (б). Залежність питомого опору мультишару від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують багат шаровий зразок:

$$Q_{jn} = 0,1, k_1 = 0,01, l_{1,2} = 1,$$

$$d_{2,1} = 1, \alpha_j = 0,1 : 1 - P_{jn} = 0,0 ; 2 - P_{jn} = 0,3 ;$$

$$3 - P_{jn} = 0,7 ; 4 - P_{jn} = 0,9 .$$

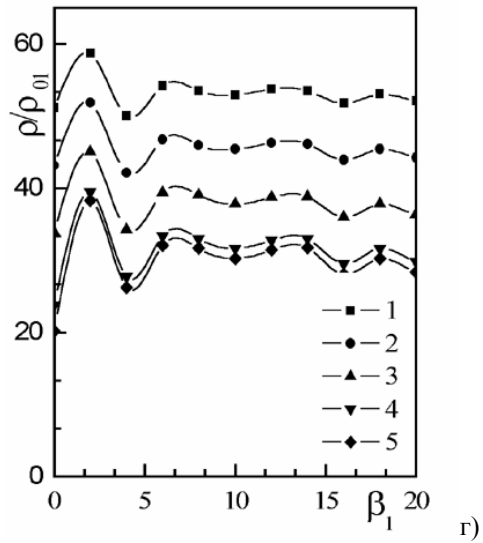
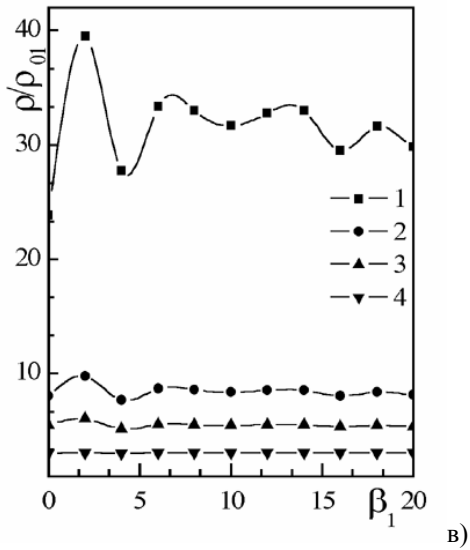


Рис.2 (в). Залежність питомого опору мультишару від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують багат шаровий зразок:

$$P_{jn} = Q_{jn} = 0,1, l_{1,2} = 1,$$

$$d_{2,1} = 1, \alpha_j = 1 : 1 - k_1 = 0,01 ; 2 - k_1 = 0,05 ; 3 - k_1 = 0,1 ;$$

$$4 - k_1 = 0,5 .$$

Рис.2 (г). Залежність питомого опору мультишару від величини магнітного поля при різних значеннях параметрів, які характеризують багат шаровий зразок:

$$P_{jn} = Q_{jn} = 0,1, k_1 = 0,01, l_{1,2} = 1, d_{2,1} = 1 : 1 - \alpha_j = 15 ;$$

$$2 - \alpha_j = 10 ; 3 - \alpha_j = 5 ; 4 - \alpha_j = 1 ; 5 - \alpha_j = 0,1 .$$

на $d_j / \cos \vartheta$, де ϑ – кут відхилення магнітного поля від нормалі [11].

III. Результати чисельного розрахунку

Для проведення чисельного розрахунку питомий опір багат шарового полікристалічного зразка ρ зручно записати у наступному вигляді:

$$\frac{\rho}{\rho_{01}} = \operatorname{Re} \left\{ \frac{1 + d_{2,1}}{\Phi_1^* \{1 + D_{2,1}\}} \right\} \cong \begin{cases} \frac{1}{\Phi_1}, & d_{2,1} \rightarrow 0, \\ \frac{1}{\Phi_2} \approx \frac{1}{f_2}, & d_{2,1} \rightarrow \infty, \end{cases} \quad (26)$$

де $D_{2,1} = \frac{d_2 \sigma_{0,2} \Phi_2}{d_1 \sigma_{0,1} \Phi_1}$, а розмірні функції Φ_j^* визначені

формулою (11), $\Phi_j = \operatorname{Re}(\Phi_j^*)$. У формулі (26) ми врахували, що при $d_{2,1} \rightarrow \infty$, розмірна функція Φ_2 стає порядку $\operatorname{Re}(1/f_2^*) = 1/f_2$.

Криві, наведені на рис. 1 отримані чисельним розрахунком по формулі (26) та ілюструють залежності ρ/ρ_{01} (ρ_{01} – об’ємне значення питомого опору шару металу товщиною d_1) багат шарового зразка від відношення товщин сусідніх шарів металу $d_{2,1} = d_2/d_1$ у слабкому магнітному полі ($\beta_j \ll 1$) при різних значеннях параметрів, які характеризують зразок. Отримані залежності показують, що в області малих значень $d_{2,1} \ll 1$ зі зростанням товщини періоду БП характер зміни $\rho(d_{2,1})$ визначається характером взаємодії електронів з інтерфейсами зразка (рис. 1 а, б). При виконанні зворотної нерівності $d_{2,1} \gg 1$ питомий опір $\rho(d_{2,1})$ багат шарового зразка асимптотично прямує до свого об’ємного значення у шарі металу товщиною d_2 (див. формулу (26)). У випадку, коли $d_2 \sim d_1$, то на залежності $\rho(d_{2,1})$ виникає максимум, який обумовлений конкуренцією внесків в ρ об’ємного, інтерфейсного та міжкристалітного розсіяння електронів. Зі збільшенням ймовірності ($P_{jn} + Q_{nj}$) дзеркального розсіяння носіїв заряду на інтерфейсах (рис. 1 а, б) і нормованої товщини k_1 (рис. 1, в) та зі зменшенням зерномежового параметра α_j (рис. 1, г) вказаний максимум вироджується і $\rho(d_{2,1})$ монотонно змінюється зі збільшенням періоду БП.

Для спрощення інтерпретації результатів числового розрахунку знехтуємо впливом слабкого магнітного поля на траєкторії руху електронів ($\beta_j \rightarrow 0$) і будемо вважати, що виконуються нерівності ($\alpha_j < k_j$). У цьому випадку, якщо знехтувати несуттєвим числовим множником та логарифмічним фактором, то розмірні функції

наближено можна представити у наступному вигляді [6]:

$$\Phi_j = \left(1 + 2(P_{jn} + Q_{nj} d_{n,j})\right) k_j. \quad (27)$$

Підставляючи співвідношення (27) у формулу (26) і досліджуючи на екстремум отриманий результат, переконуємося, що при виконанні рівності

$$d_{2,1 \max} = \left\{ 1 + \frac{1 + 2(P_{12} - Q_{21} - Q_{12} \sigma_{02,1} l_{1,2})}{(1 + 2P_{21}) \sigma_{02,1} l_{1,2}} \right\}^{1/2} - 1, \quad (28)$$

на залежності $\rho(d_{2,1})$ спостерігається максимум.

Якщо $P_{jn}, Q_{nj} \rightarrow 0$ і враховуючи, що

$\sigma_{02,1} l_{1,2} \equiv \frac{\sigma_{02}}{\sigma_{01}} l_{1,2} \sim 1$, то екстремальною точкою є

точка $d_{2,1 \max} = 0,414$, що по порядку величини і підтверджується числовим розрахунком (рис. 1).

На рис. 2 представлено залежності питомого опору багат шарового полікристалічного зразка від величини магнітного поля і які показують, що зі зміною магнітного поля (або товщини шарів металу) опір $\rho(\beta_1)$ БП стає осцилюючою функцією амплітуда якої зменшується по мірі зростання величини магнітного поля. Зі збільшенням величини шорсткостей інтерфейсів (рис. 2а,б), зменшенням нормованої на довжину вільного пробігу носіїв заряду k_1 (рис. 2,в) та зі збільшенням зерномежових параметрів α_j (рис. 2,г) амплітуда осциляцій збільшується, що обумовлено втратою кореляція у русі електронів після їх взаємодії з межами зерен та інтерфейсами зразка, що і призводить до осциляційної залежності опору від величини магнітного поля.

Висновки

Таким чином, провідність багат шарової полікристалічної плівкової структури чутлива до характеру взаємодії носіїв заряду з інтерфейсами та межами зерен зразка. Так, зокрема, у слабкому магнітному полі, внаслідок дифузного характеру взаємодії носіїв заряду з межами поділу шарів металу, питомий опір провідника немонотонним чином змінюється зі збільшенням товщини періоду мультишару. У сильному магнітному полі питомий опір стає осцилюючою функцією магнітного поля, яка носить досить складний характер, оскільки окрім гармонік, які пов’язані з товщиною окремих шарів металу, виникають гармоніки які обумовлені товщиною елемента періодичності багат шарового зразка.

Досліджуючи немонотонну залежність опору від відношення товщин шарів металу та величини магнітного поля, можна отримати докладну інформацію про характер взаємодії електронів з інтерфейсами та межами зерен зразка, що важливо для аналізу електронного транспорту у багат шарових полікристалічних плівках.

- [1] A.F. Mayadas and M. Shatzkes. Electrical – resistivity model for polycrystalline films: the case of arbitrary reflection at external surfaces // *Phys. Rev. B.*, **1**(4), pp. 1382-1389 (1970).
- [2] E.H. Sondheimer. The influence of a transverse magnetic field on the conductivity of the metallic films // *Phys. Rev. B.* **80** (3), pp. 401-412 (1950).
- [3] В.В. Устинов. Вклад плоских дефектов в электросопротивление металла // *ФММ* **49** (1), сс. 31-38 (1980).
- [4] A. Chornous, L. Dekhtyaruk, M. Marszalek, I. Protchenko. Conductivity and the Temperature Coefficient of Resistance of Multilayered Polycrystalline Films // *Cryst. Res. Technol.*, **41**(4), pp. 388-399 (2006).
- [5] L.V. Dekhtyaruk, S.I. Protchenko, A.M. Chornous, I.O. Shpetnyi. Conductivity and the temperature coefficient of resistance of two – layer polycrystalline films // *Ucr. J. Phys.* **49**(6), pp. 587-597 (2004).
- [6] L.V. Dekhtyaruk. The oscillatory galvanomagnetic size – effect in multilayered structures // *Centr. Eur. J. Phys.*, **5**(1), pp. 32 – 43 (2007).
- [7] В.Л. Гуревич. Осцилляции проводимости металлических пленок в магнитном поле // *ЖЭТФ* **35**(3), сс. 668-677 (1958).
- [8] V.G. Peschansky. Kinetic size effects in metals in a magnetic field // *Sov. Sci. Rev.* **16**(1), pp. 1-112 (1992).
- [9] O.A. Panchenko, P.P. Lutsishin, S.V. Sologub. Galvanomagnetic size studies of metallic surface processes // *Progr. Surface Sci.*, **69**(7-8), pp. 193-291 (2002).
- [10] O.A. Панченко, С.В. Сологуб. Розмірні явища і поверхневе розсіювання носіїв струму в металах // *ФХТТ* **4**(1), сс. 7-42 (2003).
- [11] O.B. Кириченко, Ю.А. Колесниченко. Осцилляционная зависимость магнетосопротивления тонких бикристаллических пластин // *ФНТ* **8**(3), сс.276- 284 (1982).

L.V. Dekhtyaruk

The Galvanomagnetic Size-Effect in Multilayered Polycrystallin Structures

Kharkiv State Technical University of building and architecture 40, Sumska Str., Kharkiv, 61002, Ukraine;

E - mail: dekhtyaruk@mail.ru; tel. (057) 7-000-828

Within the frames of the modified semi-classical Mayadas-Shatzkes model we investigated theoretically the electrical resistivity of multilayered polycrystalline structures (MLS) consisting of the alternating metallic layers (of different purity and different thicknesses) in a transverse magnetic field as functions of the ratio of the adjacent layer thicknesses and the magnetic field value. We found a non-monotonic behavior of the resistivity vs. the value of an applied magnetic field. As we demonstrated, this behavior is sensitive to the characteristics of the electron scattering in the interlayer interfaces in low magnetic fields. Moreover, the MLS resistivity oscillates in high magnetic fields with the field value (or with the layer thicknesses). We have calculated numerically the resistivity in a wide range of fields and layer thicknesses at various values of the parameters of the interface and bulk electron scattering.