

О.В. Кузишин<sup>1</sup>, О.Г. Сіренко<sup>2</sup>, Л.Я. Мідак<sup>1</sup>, Г.О. Сіренко<sup>1</sup>  
**Критерії оцінки розподілу мікронерівностей  
на поверхні твердого тіла**

<sup>1</sup>Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,  
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна

<sup>2</sup>Національний ботанічний сад ім. М.М. Гришка Національної Академії Наук України,  
вул. Тімірязєвська, 1, Київ, 01014, Україна

Приводяться моделі шорсткої поверхні твердого тіла. На прикладі стрижневої моделі мікронерівностей на поверхні за їх формою I і II та двома способами формування поверхні (схема 1 і 2) за «лотерейною грою» та за таблицею випадкових чисел при розподілі мікронерівностей встановлені кореляційні зв'язки між статистичними характеристиками поверхні, які впливають на її властивості. Показано, що в обох випадках за схемою 2 дискретний розподіл має агрегативний (плямистий) характер. Приведений приклад переходу від дискретного до неперервного розподілу мікронерівностей за нормальним законом Гауса.

**Ключові слова:** критерій, шорсткість, поверхня, розподіл мікровиступів

*Стаття постуила до редакції 20.11.2007; прийнята до друку 15.02.2008 р.*

## Вступ

Відомо [1-12], що металева, керамічна або полімерна поверхні шорсткі: на хвилястій поверхні твердого тіла зосереджені мікронерівності [1,6,7], на яких знаходяться ультрамікроскопічні нерівності нанорозмірів [13]. Навіть утворена при розщепленні поверхня слюди має нерівності порядку 2 нм, а поверхня ідеально рівного кристалу кварцу покрита виступами висотою порядку 10 нм [1,7,13]. Надрівні металеві поверхні мають нерівності висотою 0,05-0,10 мкм, а найбільш нерівні – 100-200 мкм [1,7]. Ці нерівності у вигляді хвилювої поверхні та мікронерівності виникають у наслідок технологічної (температурної або механічної) обробки поверхонь, а субмікронерівності частіше за все обумовлені природою поверхні і матеріалу. Суттєвою є та обставина, що під впливом навантаження, що стискає контактуючі тіла, шорсткість поверхні змінюється у наслідок неоднорідності фізико-механічних властивостей поверхні [1,7].

При математичному описі шорсткої твердої поверхні і розрахунках фактичної площі контакту застосовують моделі поверхні у такому вигляді: набору сфер, розподілених за висотою лінійно або нелінійно [14-22], набору стрижнів, розподілених за висотою лінійно або за законом Гауса [17, 23-25], сфер і циліндрів, рівномірно розподілених на поверхні і таких, що мають однаковий радіус кривини і однакову висоту [26], конусів [27,28,29], зрізаних конусів [30], пірамід [31], сфер, симетричних клинів, конусів з кутом розхилу  $\pi/2$ , які

мають лінійний, нормальний або Пуасона розподіл за висотою і випадковий розподіл по поверхні [32], еліпсоїдів [27,33] тощо.

Порівняльний аналіз стрижневої, сферичної і еліпсоїдної моделей показує, що при розрахунках опорної площі стрижнева модель різниться від еліпсоїдної до 30%, а сферична від еліпсоїдної – до 15% [34].

Існують способи опису шорсткої поверхні, що базуються на використанні 24 параметрів шорсткості і хвилястості [35,36], які визначаються за профілограмами профілю поверхні і зняті в кількох напрямках. Обмеженість інформації про шорстку поверхню тертя за допомогою цих 24 параметрів є загальноновизнаним фактом [33].

Відомі спроби створення простого критерію оцінки шорсткості поверхні, який би у повній мірі характеризував її експлуатаційні властивості, у вигляді безрозмірного комплексу  $\Delta$  [35,38-40]. Для математичного опису ізотропної [41] та анізотропної [42] поверхні автори використали теорію випадкового поля. Критеріями оцінки розподілу мікровиступів довільної форми автори [41,42] вбачали у спектральних моментах щільності розподілу мікровиступів та їх інваріантних комбінаціях.

Мета роботи полягала в тому, щоби, використовуючи стрижневу модель, знайти критерії розподілу мікровиступів по поверхні твердого тіла.

### I. Експериментальна частина

Нехай на вихідній базовій поверхні твердого тіла розташовані мікронерівності у вигляді стрижнів (циліндрів) двох форм з діаметрами  $d_i$  та  $d_j$  і висотами  $H_i$  та  $H_j$ :

$$\text{I форма } \{d_i, H_i\} \quad (1)$$

$$\text{II форма } \{d_j, H_j\}. \quad (2)$$

Поверхні були створені за принципом об'єднання «ценотичної» структури, що частіше зустрічаються при технологічних операціях, за двома схемами об'єднання (рис. 1).

Вихідна базова поверхня 25 од.×25 од. була розбита на чотири елементарні комірки (12,5од.×12,5од.), у які за «лотерейною грою» (лот.) або за таблицею випадкових чисел (вип.) [43] була розміщена певна кількість мікровиступів кожної з двох форм. Розмір об'єднаної площі поверхонь зростав від 625 од.<sup>2</sup> до 5625 од.<sup>2</sup> (9 об'єднань), а при застосуванні таблиці випадкових чисел – до 10.000 од.<sup>2</sup> (100 од.×100 од.) і 40.000 од.<sup>2</sup> (200 од. × 200 од.) (11 об'єднань).

Розраховували за кількістю мікронерівностей вибіркові числові характеристики: середню арифметичну  $\bar{X}$  (од.), дисперсію  $S^2$  (од.<sup>2</sup>), середнє квадратичне відхилення  $S$  (од.), коефіцієнт варіації  $\gamma = S/\bar{X}$  (безрозмірний), коефіцієнт  $\zeta = S^2/\bar{X}$  (од.) і

квадрат  $(S/\bar{X})^2$ , почальні моменти розподілу  $h_k$   $k=1-4$

порядку, центральні моменти розподілу  $m_k$   $k=1-4$  порядку, коефіцієнт асиметрії розподілу  $as$  і його нормований показник  $\beta_1$ , коефіцієнт ексцесу  $ex$  і його нормований показник  $\beta_2$  [44-46]. За числовими характеристиками виборки оцінювали відповідні числові характеристики генеральної сукупності:  $\bar{x} \rightarrow \mu$ ;  $S^2 \rightarrow \sigma^2$ ;  $S \rightarrow \sigma$ ;  $\gamma = S/\bar{X} \rightarrow \nu = \sigma/\mu$ ;  $(S/\bar{X})^2 \rightarrow$

$$\left(\frac{\sigma}{\mu}\right)^2; \xi = S^2/\bar{X} \rightarrow E = \sigma^2/\mu; h_k \rightarrow H_k; m_k \rightarrow M_k; \beta_1 \rightarrow B_1; \beta_2 \rightarrow B_2.$$

Міру розходження між середніми оцінювали за критерієм Стьюдента  $t$ , а між дисперсіями – за критерієм Фішера [44], використовували таблиці теоретичного розподілу Стьюдента і Фішера [46-48]. Вибіркові коефіцієнти кореляції між величинами  $r_{1,2}$

знаходили за [44], а їх значущість при доведенні нульової гіпотези  $H_0: \rho_{1,2}=0$  (де  $\rho_{1,2}$  – генеральний коефіцієнт кореляції) за критичним значенням коефіцієнта кореляції  $r_{кр}$ . [49] та за  $(\sigma_z \cdot Z\{1-\alpha/2\})$  [44]

(де  $\sigma_z = 1/\sqrt{N-3}$ ) – середнє квадратичне відхилення,

$Z\{1-\alpha/2\}$  - теоретичне перетворення Фішера для ймовірності  $p=1-\alpha/2$ ,  $\alpha$  – рівень значущості (ризик при прийнятті нульової гіпотези) при порівнянні  $Z$  за перетворенням Фішера:

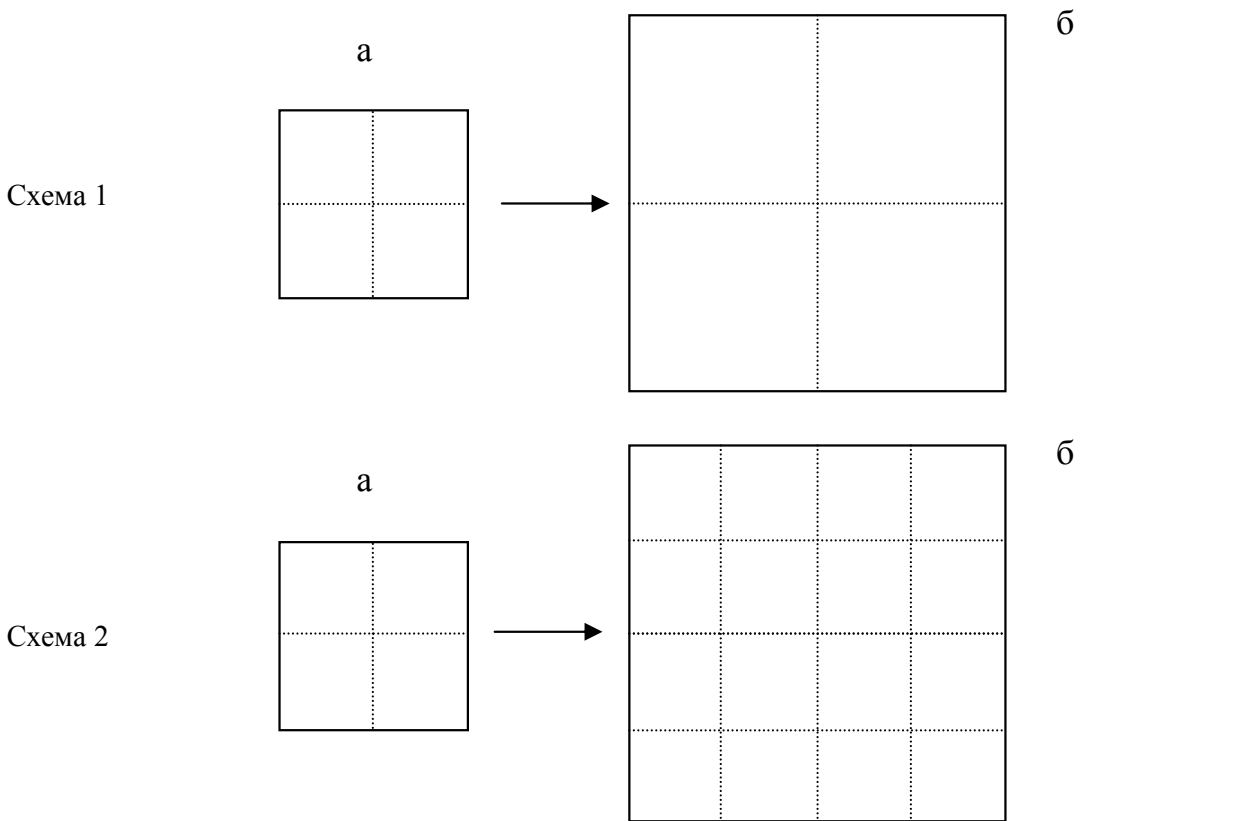


Рис. 1. Дві схеми об'єднання вихідних базових поверхонь: а) – вихідна базова поверхня; б) – об'єднана поверхня.

$$Z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r_{1,2}}{1-r_{1,2}}. \quad (3)$$

Шукали лінійний кореляційний зв'язок між величинами:  $\bar{X} \sim S^2$ ,  $\bar{X} \sim S$ ,  $\bar{X} \sim S/\bar{x}$ ,  $\bar{x} \sim S^2/\bar{x}$ ,  $\bar{x} \sim (S/\bar{x})^2$ ;  $(S/\bar{x})_I \sim (S/\bar{x})_II$ ,  $(S/\bar{x})_I \sim (S/\bar{x})_II$ ,  $S_I \sim S_{II}$ ,  $S_I^2 \sim S_{II}^2$ ,  $\bar{x}_I \sim \bar{x}_{II}$ ,  $(S/\bar{x})_I^2 \sim (S/\bar{x})_II^2$ ,  $(S/\bar{x})_I \sim (S/\bar{x})_II$ ,  $(S/\bar{x})_I^2 \sim (S/\bar{x})_II^2$ ,  $S_I \sim S_{II}$ ,  $S_I^2 \sim S_{II}^2$ ,  $\bar{x}_I \sim \bar{x}_{II}$ .

Для оцінки дискретного розподілу Пуассона [50,51] використовують критерій  $E = \sigma^2/\mu$  [52], який

оцінюють за вибіркоvim коефіцієнтом  $\xi = S^2/\bar{x}$ .

Просторовий розподіл мікроступів будемо вважати: стохастичним (випадковим), якщо  $E=1$  ( $\sigma^2 = \mu$ ); агрегаційним (груповим, плямистим, контагеозним), якщо  $E > 1$  ( $\sigma^2 > \mu$ ); регулярним (рівномірним)  $E < 1$  ( $\sigma^2 < \mu$ ). Але ці співвідношення вірні, якщо при збільшенні середнього, що досягається при об'єднанні площ поверхні, дисперсія зростає за лінійним законом [52]. Тому, шукали такі залежності:  $\bar{X}_1 \sim F$ , де  $F$  – площа поверхні після об'єднання,  $S^2 \sim F$ ,  $S \sim F$ ,  $(S/\bar{x}) \sim F$ ,  $(S^2/\bar{x}) \sim F$ .

$(S/\bar{x})^2 \sim F$  або  $\lg F$ ,  $\ln F$ . Ступінь апроксимації оцінювали за коефіцієнтом  $R^2$ :

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{ад.}}{SS_{відн.}}, \quad (4)$$

де  $SS_{ад.}$  – сума (численник) дисперсії адекватності:

$$SS_{ад.} = \frac{SS_{ад.}}{f_{ад.}} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2}{N - \lambda}; \quad (5)$$

$SS_{відн.}$  – сума (численник) дисперсії відновлення (помилки):

$$SS_{відн.} = \frac{SS_{відн.}}{f_{відн.}} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}_i)^2}{N - 1}, \quad (6)$$

де  $f_{ад.} = N - \lambda$ ;  $f_{відн.} = N - 1$  – число ступенів вільності;

$\lambda$  – число коефіцієнтів рівняння моделі;

$\bar{x}_i$  – значення кількості мікронерівностей в  $i$ -комірці, розрахованого за рівнянням моделі.

Виходячи з того, що кожен ділянку поверхні можна розглядати як континуум мікроступів, що має властивості неперервності, та, що вибіркові кількості мікронерівностей є лише оцінкою їх генеральної сукупності, за критерієм хі-квадрат [44] встановлювали підпорядкування створеного розподілу мікроступів нормальному закону розподілу Гауса неперервної величини [50,51].

## II. Результати та обговорення

У табл.1 приведені результати розрахунку статистичних характеристик розподілу мікронерівностей форми II по поверхні, створеній за схемою 2, при наборі кількості мікронерівностей за таблицею випадкових чисел від 1 до 21.

Як видно з табл.1, середня  $\bar{x}$  зростає від 8,38 до 11,65 од.; дисперсія  $S^2$  зменшується від 51,7 до 34,24 од.<sup>2</sup>, середнє квадратичне відхилення  $S$  зменшується від 7,19 до 5,85 од., співвідношення  $(S/\bar{x})$

зменшується від 0,86 до 0,50,  $(S/\bar{x})^2$  зменшується від 0,74 до 0,25,  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  зменшується від 6,17 до 2,94 од. (за

$\xi > 1$  дискретний розподіл носить агрегаційний (плямистий) характер) при зміні площі поверхні від 1250 до 40000 од.<sup>2</sup>, числа елементарних комірок від 8 до 256 та числа мікронерівностей від 67 до 2983. Аналогічні результати отримані і для мікронерівностей форми I, які розташовані між

Таблиця 1

Статистичні характеристики поверхні, утвореної за схемою 2 за формою II мікронерівностей та за таблицею випадкових чисел

a·a [од.·од.]	F, од. <sup>2</sup>	N <sub>i</sub> =x <sub>i</sub>	N=Σx <sub>i</sub>	$\bar{x}$ [од.]	S <sup>2</sup> [од. <sup>2</sup> ]	S [од.]	$S/\bar{x}$	$(S/\bar{x})^2$	$\frac{S^2}{\bar{x}}$ [од.]
25×25	625	4	34	8,5000	43,6667	6,6081	0,7774	0,6044	5,1373
50×25	1250	8	67	8,3750	51,6964	7,1900	0,8585	0,7370	6,1727
50×37,5	1875	12	124	10,3333	50,2424	7,0882	0,6860	0,4706	4,8622
50×50	2500	16	157	9,8125	41,0958	6,4106	0,6533	0,4268	4,1881
50×62,5	3125	20	190	9,5000	43,8421	6,6213	0,6970	0,4858	4,6150
50×75	3750	24	239	9,9583	39,5199	6,2865	0,6313	0,3985	3,9685
50×87,5	4375	28	284	10,1429	34,2011	5,8482	0,5766	0,3325	3,3719
50×100	5000	32	332	10,3750	37,5968	6,1316	0,5910	0,3493	3,6238
50×112,5	5625	36	369	10,2500	38,7071	6,2215	0,6070	0,3684	3,7763
100×100	10000	64	734	11,4688	36,8879	6,0735	0,5296	0,2805	3,2164
200×200	40000	256	2983	11,6523	34,2434	5,8518	0,5022	0,2522	2,9388

мікронерівностями форми II по поверхні, створеній за схемою 2, при наборі кількості мікронерівностей за таблицею випадкових чисел від 0 до 22: середня  $\bar{x}$  зростає від 8,13 до 11,62 од.; дисперсія  $S^2$  зменшується від 55,84 до 39,83 од.<sup>2</sup>, середнє квадратичне відхилення  $S$  зменшується від 7,47 до 6,31 од., співвідношення  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$  – від 0,92 до 0,54,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  – від 0,85 до 0,30, а  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  зменшується від 6,87 до 3,43 од. (за  $\xi > 1$  дискретний розподіл носить агрегаційний (плямистий) характер) при зміні площі поверхні від 1250 до 40000 од.<sup>2</sup>, числа елементарних комірок від 8 до 256.

Таким чином, в обох випадках  $\xi > 1$ , тоді дискретний розподіл мікронерівностей є агрегаційним (плямистим).

Порівняння двох схем творення поверхні (I і 2) за «лотерейною грою» привело до таких результатів:

- для форми I мікронерівностей за схемою 1:  $\bar{x}$  зростає від 4,5 до 57,5 од.; решта статистичних параметрів коливається:  $S^2$  від 0,92 до 53,67 од.<sup>2</sup>,  $S$  – від 0,96 до 7,33 од., співвідношення  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$  – від 0,12 до 0,98,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  – від 0,013 до 0,958,  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  – від 0,029 – 0,72 од. (за  $\xi < 1$  рівномірний розподіл), 0,93-0,96 од. (за  $\xi \approx 1$  випадковий розподіл) та до 1,47-3,53 од. (за  $\xi > 1$  агрегаційний (плямистий) розподіл) при зміні  $F$  від 625 до 5625 од.<sup>2</sup>;
- для форми I мікронерівностей за схемою 2 статистичні параметри розподілу коливаються в межах:  $\bar{x}$  від 4,42 до 7,04 од.,  $S^2$  від 4,33 до 22,03 од.<sup>2</sup>,  $S$  – від 2,08 до 4,69 од.,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$  – від 0,46 до 0,74,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  – від 0,21 до 0,55,  $\frac{S^2}{\bar{x}} = 0,96$  (за  $E \approx 1$  випадковий розподіл) лише для  $F=625$  од.<sup>2</sup>, решта  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  – від 1,55 до 3,46 од. (за  $\xi > 1$  агрегаційний (плямистий) дискретний розподіл) при зміні  $F$  від 1250 до 5625 од.<sup>2</sup>;
- для форми II мікронерівностей за схемою 1:  $\bar{x}$  зростає від 10,25 до 74 од., решта статистичних параметрів мають змінний характер величин:  $S^2$  – від 3,67 до 102,67 од.<sup>2</sup>,  $S$  – від 1,92 до 10,13 од.,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$  – від 0,075 до 0,291,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  – від 0,006 до 0,085,  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  – від 0,14 – 0,87 од.

(за  $\xi < 1$  дискретний розподіл має регулярний (рівномірний) характер), 1,26-1,30 од. (за  $\xi > 1$  дискретний розподіл має агрегаційний (плямистий) характер) при зміні  $F$  від 625 до 5625 од.<sup>2</sup>;

- для форми II мікронерівностей за схемою 2 статистичні параметри коливаються:  $\bar{x}$  від 6,17 до 10,25 од.,  $S^2$  від 8,92 до 31,29 од.<sup>2</sup>,  $S$  – від 2,99 до 5,59 од.,  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$  – мало змінюється (окрім  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) = 0,29$  для  $F=625$  од.<sup>2</sup>) в межах 0,55-0,68, також мало змінюється (окрім  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 = 0,085$  для  $F=625$  од.<sup>2</sup>) і співвідношення  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  в межах 0,30-0,46;  $\frac{S^2}{\bar{x}}$  коливається (окрім  $\frac{S^2}{\bar{x}} = 0,87$  од. для  $F=625$  од.<sup>2</sup> (за  $\xi < 1$  дискретний розподіл має регулярний характер)) в межах від 2,17 до 3,69 од. (за  $\xi > 1$  дискретний розподіл має агрегаційний характер) при зміні  $F$  від 1250 до 5625 од.<sup>2</sup>.

Таким чином, при творенні поверхні з мікронерівностями за схемою 2 для форм I і II за розподілом мікронерівностей за таблицею випадкових чисел чи за «лотерейною грою»,  $\xi > 1$ , тобто дискретний розподіл має агрегаційний (плямистий) характер; при творенні поверхні з мікронерівностями за схемою 1 для форм I і II за «лотерейною грою»  $\xi < 1$ , тобто дискретний розподіл змінюється від регулярного до випадкового та агрегаційного, що приводить до висновків ненадійності критерію  $\xi = \frac{S^2}{\bar{x}}$  при творенні поверхні за схемою 1.

Величини коефіцієнтів кореляції між статистичними характеристиками для форм циліндрів-мікронерівностей I і II за схемами 1 і 2 творення поверхонь приведені в табл.2. Критичні коефіцієнти кореляції для схем 1 і 2 та форм мікронерівностей I і II при формуванні поверхні за «лотерейною грою» дорівнювали  $r_{кр.} = 0,666$  ( $\alpha = 0,05$ ) та  $r_{кр.} = 0,8$  ( $\alpha = 0,01$ ), за таблицею випадкових чисел  $r_{кр.} = 0,602$  ( $\alpha = 0,05$ ) та  $r_{кр.} = 0,74$  ( $\alpha = 0,01$ ) [49].

Нульові гіпотези  $H_0: \rho_{1,2} = 0$  (відсутній лінійний зв'язок) приймаються з ймовірністю  $p = 1 - \alpha$  при ризику помилки  $\alpha$  у тому випадку, коли  $|r_{1,2}| \leq r_{кр.}$ , і відкидається з ризиком  $\alpha$  (є лінійний зв'язок), коли  $|r_{1,2}| > r_{кр.}$ . Як видно з табл.2, при творенні поверхні за схемою 1 (за «лотерейною грою») є лінійний зв'язок:

- для форми I мікронерівностей між статистичними величинами:  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim F$ ;

$$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim F; \left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F; \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F, \ln F; \bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right); \bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \text{ з } \alpha=0,05 \text{ та } \alpha=0,01;$$

- для форми II мікронерівностей між статистичними величинами:  $S^2 \sim F; S \sim F; S^2 \sim \lg F, \ln F; S \sim \lg F, \ln F; \bar{x} \sim S^2; \bar{x} \sim S$  з  $\alpha=0,05$  та  $S \sim F; \bar{x} \sim S^2; \bar{x} \sim S$  з  $\alpha=0,01$ ;

Як видно з табл.2, при творенні поверхні за схемою 2 (за «лотерейною грою») є лінійний зв'язок:

- для форми мікронерівностей I між статистичними величинами:  $S^2 \sim F; S \sim F; \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim F; S^2 \sim \lg F, \ln F; S \sim \lg F, \ln F; \left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F; \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F;$

$$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F, \ln F; \bar{x} \sim S^2; \bar{x} \sim S; \bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \text{ з } \alpha=0,05 \text{ та } S^2 \sim F; S \sim F; S^2 \sim$$

$$\lg F, \ln F; S \sim \lg F, \ln F; \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F; \bar{x} \sim S^2; \bar{x} \sim S; \bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \text{ з } \alpha=0,01;$$

- для форми мікронерівностей II між статистичними величинами:  $S^2 \sim F; S \sim F; \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim F; S^2 \sim \lg F, \ln F; S \sim \lg F, \ln F;$

$$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F; \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F;$$

$$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F, \ln F \text{ з } \alpha=0,05 \text{ та } \alpha=0,01.$$

Як видно з табл.2, при творенні поверхні за схемою 2 (за таблицею випадкових чисел) є лінійний

Таблиця 2

Коефіцієнти кореляцій статистичних характеристик розподілу мікронерівностей

Кореляційний зв'язок	Схема 1 творення поверхні за «лотерейною грою»		Схема 2 творення поверхні за «лотерейною грою»		Схема 2 творення поверхні за таблицею випадкових чисел	
	форма I мікронерівностей	форма II мікронерівностей	форма I мікронерівностей	форма II мікронерівностей	форма I мікронерівностей	форма II мікронерівностей
$S^2 \sim F$	0,348	0,768	0,810	0,858	-0,685	-0,518
$S \sim F$	0,314	0,807	0,816	0,851	-0,699	-0,532
$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim F$	-0,820	-0,392	0,535	0,637	-0,762	-0,611
$\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim F$	-0,563	0,446	0,756	0,816	-0,754	-0,579
$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim F$	-0,816	-0,459	0,516	0,639	-0,709	-0,562
$S^2 \sim \lg F, \ln F$	0,317	0,701	0,830	0,879	-0,529	-0,727
$S \sim \lg F, \ln F$	0,297	0,732	0,849	0,888	-0,533	-0,737
$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F$	-0,828	-0,549	0,686	0,810	-0,872	-0,876
$\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F, \ln F$	-0,494	0,373	0,816	0,906	-0,798	-0,840
$\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F, \ln F$	-0,815	-0,626	0,666	0,802	-0,845	-0,844
$\bar{x} \sim S^2$	0,259	0,803	0,951	0,099	-0,560	-0,666
$\bar{x} \sim S$	0,230	0,851	0,941	0,035	-0,563	-0,673
$\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$	-0,838	-0,288	0,542	-0,602	-0,952	-0,938
$\bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right)$	-0,615	0,515	0,869	-0,210	-0,877	-0,875
$\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$	-0,818	-0,361	0,540	-0,574	-0,942	-0,924

зв'язок:

- для форми мікронерівностей I між статистичними величинами:  $S^2 \sim F$ ;  $S \sim F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim F$ ;  $\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim F$ ;  $\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  з  $\alpha=0,05$  та  $\alpha=0,01$  (окрім  $S^2 \sim F$ ;  $S \sim F$ );

- для форми мікронерівностей II між статистичними величинами:  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim F$ ;  $S^2 \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $S \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2 \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\bar{x} \sim S^2$ ;  $\bar{x} \sim S$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  з  $\alpha=0,05$  та  $\left(\frac{S}{\bar{x}}\right) \sim \lg F$ ,  $\ln F$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S^2}{\bar{x}}\right)$ ;  $\bar{x} \sim \left(\frac{S}{\bar{x}}\right)^2$  з  $\alpha=0,01$ .

Виявлено, що між двома формами мікронерівностей немає статистичної різниці за дисперсіями

$$\left( \begin{array}{l} F_{\text{розрах.}} = \frac{S_{II}^2}{S_I^2} = \frac{24,917}{12,917} = 1,929 < \\ < F_{\text{табл.}} \{ \alpha = 0,05; f_1 = 3; f_2 = 3 \} = 9,28 \end{array} \right)$$

та за середніми

$$\left( \begin{array}{l} t_{\text{розрах.}} = \frac{|\bar{x}_I - \bar{x}_{II}|}{\sqrt{\frac{S_I^2}{N_I} + \frac{S_{II}^2}{N_{II}}}} = 0,9755 < \\ < t_{\text{табл.}} \{ \alpha = 0,05; f = f_1 + f_2 = 6 \} = 2,45 \end{array} \right)$$

Розглянемо отримані результати на предмет підпорядкування нормальному закону розподілу Гауса. Показник асиметрії  $|as| = |0,0384| < \sigma_{as} = 0,7171$ , показник ексцесу  $|ex| = |-2,3646| > \sigma_{ex} = 0,5819$ , що не дозволяє надійно стверджувати, що результати підпорядковані нормальному закону розподілу, тоді задамо граничні умови  $|as| < 3\sigma_{as} = 2,1513$  та  $|ex| < 5\sigma_{ex} = 2,9095$ . Тоді, є висока надійність, що результати підпорядковані нормальному закону.

Перевірка за критерієм  $(N\omega^2)_{\text{розрах.}} = 0,0592 < Z_{\alpha} = Z_{0,05} = 0,1184$  показує, що результати підпорядковані неперервному нормальному закону розподілу.

## Висновки

На прикладі стрижневої моделі мікронерівностей на поверхні за їх формою I і II та двома способами формування поверхні (схема 1 і 2) за «лотерейною грою» та за таблицею випадкових чисел при розподілі мікронерівностей встановлені кореляційні зв'язки між статистичними характеристиками поверхні, які впливають на її властивості.

Показано, що в обох випадках за схемою 2 дискретний розподіл має агрегативний (плямистий) характер.

Приведений приклад переходу від дискретного до неперервного розподілу мікронерівностей за нормальним законом Гауса.

**Кузишин О.В.** – асистент кафедри теоретичної і прикладної хімії, магістр;

**Сіренко О.Г.** – провідний інженер відділу природної флори;

**Мідак Л.Я.** – кандидат хімічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії;

**Сіренко Г.О.** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної хімії;

- [1] И.В. Крагельский. *Трение и износ*. Машиностроение, М. 480с. (1968).
- [2] Д.Н. Гаркунов. *Триботехника*. Машиностроение, М. 424с. (1985).
- [3] Д. Мур, *Трение и смазка эластомеров* / Пер. с англ. Г.И. Бродского. Химия, М. 264 с. (1977).
- [4] Б.И. Костецкий. *Трение, смазка и износ в машинах*. Техніка, К. 396 с. (1970).
- [5] Ф.П. Боуден, Д. Тейбор. *Трение и смазка твердых тел* / Пер. с англ. Н.М. Михина, А.А. Сирина / Под ред. И.В. Крагельского Машиностроение, М. 544 с. (1968).
- [6] *Трение, изнашивание и смазка*. Справочник в 2-х том. / Под ред. И.В.Крагельского, В.В. Алисина. Машиностроение, М. Т.1. В.В. Алисин, А.Я. Алябьев, А.М. Архаров и др. 400 с. (1978). Т.2. В.В. Алисин, Б.М. Асташкевич, Э.Д. Браун и др. 358 с. (1979).
- [7] Е.Л. Шведков, Д.Я. Ровинский, В.Д. Зозуля, Э.Д. Браун. *Словарь-справочник по трению, износу и смазке деталей машин*. Наук. думка, К. 188 с. (1979).
- [8] I.V.Kragelsky, V.V. Alisin. *Friction, wear, lubrication*. Vol. 1-3. Mir, Vol. 1. 385 p. (1981). 2, 281 p. (1981). Vol. 3. 264 p. (1982).

- [9] Г.Польцер, Ф.Майсснер. *Основы трения и изнашивания* / Пер. С.нем. О.Н. Озерского, В.Н. Пальянова / Под ред. М.Н. Добычина. Машиностроение, М. 264 с. (1984).
- [10] В.А. Белый, А.И. Свириденко, М.И. Петроковец, В.Г. Савкин. *Трение полимеров*. Наука, М. 204с. (1972).
- [11] В.А. Белый, А.И. Свириденко, М.И. Петроковец, В.Г. Савкин. *Трение и износ материалов на основе полимеров*. Наука, Минск. 432 с. (1976).
- [12] Г.М. Бартенов, В.В. Лаврентьев. *Трение и износ полимеров*. Химия, Л. 240 с. (1972).
- [13] А.С. Ахматов. *Молекулярная физика граничного трения*. Физматлитиздат, М. 472 с. (1963).
- [14] Н.Б. Демкин. *Геометрия и механика контактирования шероховатых тел // Теория трения, износа и проблемы стандартизации*. Брянское книжное изд-во, Брянск. С.274. (1978).
- [15] Н.Б. Демкин. *Контактирование шероховатых поверхностей*. Наука, М. 227 с. (1970).
- [16] В.А. Журавлев. К вопросу о теоретическом обосновании закона Амонтона-Кулона для трения несмазанных поверхностей // *Журнал технической физики*, Т.10, Вып.17. С.1447 (1940).
- [17] И.В.Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. *Основы расчетов на трение и износ*. Машиностроение, М. 526 с. (1977).
- [18] J.E. Archard Elastic Deformation and the Contact of Surfaces. *Nature*, **192**. P.918 (1951).
- [19] J.E. Archard Elastic Deformation and the laws of friction. *Proc. Roy. Soc, Ser.A*, **243**(1233), P.190 (1957).
- [20] J.A. Greenwood, J.B.P. Williamson. Contact of Nominally Flat Surfaces. *Proceedings of the Royal Society. Ser.A*. **295**( 1442), P. 300 (1966).
- [21] A.S. Longe, H.G. Howell. Friction of Elastic Solids. *The Proceedings of the Physical Society*. Vol. 67. N 410. P. 89 (1954).
- [22] A. Schallamach. The Load Dependence of Rubber Friction. *The Proceedings of the Physical Society*. **65** B. P. 647 (1952).
- [23] И.В. Крагельский. Влияние различных параметров на величину коэффициента трения несмазанных поверхностей. *Журнал технической физики*, **13**(13), 145 с. (1943).
- [24] И.В. Крагельский. *Трение и износ*. Машиностроение, М. 480 с. (1968).
- [25] И.В. Крагельский. *Трение покоя двух шероховатых поверхностей*. // ОТН, Известия АН СССР. (10), С.1621 (1948).
- [26] C. Rubinstein. A general theory of the surface friction of solids. *Proc. Phys. Soc, Sect. B*, **69**. P. 921 (1956).
- [27] П.Е. Дьяченко, Н.Н.Толкачева, Г.А. Андреева, Т.М. Карпова. *Площадь фактического контакта сопряженных поверхностей*. Изд-во АН СССР, М. 95 с. (1963).
- [28] G. Joshimoto, T. Tsukizoe. On the Mechanism of wear between Metal Surfaces. *Wear*, **1**(6), P.472 (1958).
- [29] M. Kubo, J. Peklenik. An analysis of micro-geometrical isotropy for random surfaces structures. *Ann. Of CIRP*, **16**, P. 235 (1968).
- [30] F.P. Bowden, D. Tabor. The friction and lubrication of solids. *Clarendon Press*. Oxford. P. 372 (1954).
- [31] T. Hisacado. On the mechanism of Contact between Solid Surfaces (4<sup>th</sup> report). Surface Roughness Effects on Dry Friction. *Bull. ISME*, **13**(55). P. 129 (1970).
- [32] F.F. Ling. On Asperity Distributions of Metallic Surfaces. *J. of Appl. Physics*, **29**(8), P.1168 (1958).
- [33] С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина. *Введение в теорию полимеров*. Зинатне, Рига. 224с. (1978).
- [34] Э.В. Рыжов. Опорная площадь поверхностей, подвергнутых механической обработке. *Вестник машиностроения*, (4), С. 56 (1964).
- [35] В.С. Комбалов. *Оценка триботехнических свойств контактирующих поверхностей*. Наука, М. 136 с. (1983).
- [36] В.С. Комбалов. Состояние и перспективы работ по исследованию влияния шероховатости на фрикционные характеристики пар трения. *Трение и износ*, **1**(3), С. 440 (1980).
- [37] А.П. Хусу, Ю.Р. Витенберг, В.А. Пальмов. *Шероховатость поверхностей: теоретико-вероятностный подход* / Под ред. А.А. Первозванского. Наука, М. 344 с. (1975).
- [38] В.С. Комбалов. *Влияние шероховатости твердых тел на трение и износ*. Наука, М. 112 с. (1974).
- [39] В.С. Комбалов. *О комплексной оценке шероховатости поверхностей в задачах трения и износа и ее связи с величиной  $\Delta$*  // *Контактное взаимодействие твердых тел и расчет сил трения и износа*. Наука, М. с. 89 (1971).
- [40] Н.М. Михин. *Внешнее трение твердых тел*. Наука, М. 222 с. (1977).
- [41] П.Р. Найяк. *Применение модели случайного поля для исследования шероховатых поверхностей*. Проблемы трения и смазки, **93**(3), сс. 85-95 (1971).
- [42] Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко. *Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения при помощи модели случайного поля* (сообщ. 1) // *Трение и износ*, **1**(3), сс. 465-471 (1980).
- [43] А.А. Спиридонов, Н.Г. Васильев. *Планирование эксперимента*. Издание политех. института, Свердловск. 150 с. (1975).
- [44] М.Н. Степнов. *Статистическая обработка результатов механических испытаний*. Машиностроение, М. 232 с. (1972).

- [45] Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. *Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента*. Атомиздат, М. 232 с. (1978).
- [46] Дж. Бендат, А. Пирсол. *Измерение и анализ случайного процессов*. Мир, М. 408 с. (1971).
- [47] В.Б. Тихомиров. *Планирование и анализ эксперимента*. Легкая индустрия, М. 262 с. (1974).
- [48] И.Г. Венецкий, Г.С. Кильдишев. *Теория вероятностей и математическая статистика*. Статистика, М. 264 с. (1975).
- [49] Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий*. Наука, М. 280 с. (1976).
- [50] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник по математике для научных работников и инженеров*. Наука, М. 832 с. (1978).
- [51] В.П. Сигорский. *Математический аппарат инженера*. Техніка, К. 768 с. (1977).
- [52] А.М. Гиляров. *Популяционная экология*. Изд-во МГУ, М. 192 с. (1990).

О.В. Kuzyshyn<sup>1</sup>, О. Н. Sirenko<sup>2</sup>, L.Ya. Midak<sup>1</sup>, Н.О. Sirenko<sup>1</sup>

## Criteria of Evaluation of Microroughnesses Distribution on the Solid State Surface

<sup>1</sup>*Vasyl Stefanyk' Precarpathian National University, 57, Shevchenko Str.,  
Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine*

<sup>2</sup>*National botanical gardens named after M.M.Grishko Natinal Academy of Science of UKRAINE,  
1, Timirjazeva st., 01014, Kyiv, Ukraine*

The models of roughnes surface of solid state are represented. Two methods of the surface forming are shown. It is shown that discrete distribution of microroughnesses has the aggregational character.

**Key words:** criterion, roughness, surface, distribution of microroughnesses.