ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 4, № 3 (2003) с. 440-443

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 4, № 3 (2003) p. 440-443

УДК 532

ISSN 1729-4428

М.А. Рувінський[1], Б.К. Остафійчук[1], Б.М. Рувінський[2]

Вплив флуктуацій товщини на електропровідність квантового напівпровідникового дроту

[1] Прикарпатський університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76000, Україна
[2] Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
вул. Карпатська, 15, м. Івано-Франківськ, 76000, Україна, ruvinsky@il.if.ua

Отримано вирази для часу релаксації і рухливості електронів та статичної електропровідності квантового напівпровідникового дроту, які визначаються випадковим полем, зумовленим гауссівськими флуктуаціями товщини дроту. Розглянуто вплив сильного квантуючого магнітного поля, напрямленого вздовж довжини дроту. У невиродженому випадку і низьких температурах рухливість електронів $u_n \sim T^{1/2}$.

Ключові слова: гауссівські флуктуації, квантовий напівпровідниковий дріт, час релаксації, рухливість, статична електропровідність.

Стаття поступила до редакції 26.08.2003; прийнята до друку 16.09.2003.

1. В тонких дротиках визначальним стає квантування електронного енергетичного спектра. Таке квантування виявляється в явищі провідності. Його прояв суттєво залежить від різних механізмів розсіювання носіїв струму в квазіодновимірних системах, які важливі для застосувань у наноелектроніці. Сучасні технології не виключають можливості існування випадкового поля, пов‘язаного з флуктуаціями товщини квантових напівпровідникових дротиків. Метою роботи є визначення впливу таких флуктуацій на електропровідність та порівняння із впливом інших механізмів розсіювання, відомих з літературних даних [1-3]. Крім того, розглянуто вплив квантуючого магнітного поля, напрямленого вздовж довжини дроту.

2. Розглянемо модель квантового напівпровідникового дроту з поперечними розмірами, обмеженими по товщині d (в напрямку осі z) одновимірною потенціальною ямою $V(z)$ з нескінченно високими стінками і по ширині (в напрямку y) параболічним потенціалом βy^2 (β >0). Постійне магнітне поле H напрямлено вздовж довжини дроту (осі x); складові векторного потенціалу магнітного поля $A_x = A_y = 0$, $A_z = Hy$.

В одноелектронному наближенні [1] гамільтоніан системи має такий вигляд

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_\perp}\Delta_\perp + \frac{1}{2m_z}\left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial z} + \frac{e}{c}A_z\right)^2 + V(z) + \beta y^2 + U(\vec{r}_\perp), \tag{1}$$

де $\Delta_\perp = \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2}$, $m_\perp = m_x = m_y = m$, m_z – ефективні маси електрона вздовж відповідних напрямків, e – абсолютна величина заряду електрона;

$$V(z) = \begin{cases} 0, & -\frac{d}{2} \le z \le \frac{d}{2}, \\ \infty, & z < \frac{d}{2},\ z > \frac{d}{2}; \end{cases} \tag{2}$$

$$U(\vec{r}_\perp) = \alpha[\xi_1(\vec{r}_\perp) - \xi_2(\vec{r}_\perp)] \tag{3}$$

– потенціальна енергія електрона у випадковому полі, зумовленому флуктуаціями товщини дроту $\alpha = \frac{\partial E_c}{\partial d}$, E_c – дно зони провідності, $\xi_{1,2}(\vec{r}_\perp)$ – випадкові функції, які описують амплітуди коливань дна зони провідності на різних поверхнях дроту.

Взаємодію (3) носія струму із випадковим полем вважаємо збуренням, що викликає квантові переходи в трансляційному русі вздовж довжини дроту (в напрямку осі x), обмежуючись внеском в електропровідність найнижчого квантово-розмірного рівня енергії електрона (по осі y) і одного рівня для руху вздовж осі z.

У наближенні врахування станів електрона з певною парністю по осі z хвильова функція незбуреної задачі має вигляд:

$$\Psi_{k_x}(\vec{r}) = \frac{1}{\sqrt{L}} e^{ik_x x} \psi(y) \sqrt{\frac{2}{d}} \cos\frac{n\pi}{d} z \, , \qquad (4)$$

де L – довжина дроту ($L >> d$), n=1,3,5,…; $\psi(y)$ задовільняє рівнянню

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial y^2} + \tilde{\beta} y^2 \right) \psi(y) = \varepsilon \psi(y) \; , \qquad (5)$$

де

$$\tilde{\beta} = \beta + \frac{e^2 H^2}{2 m_z c^2} \qquad (6)$$

Отже, вплив магнітного поля, включеного в напрямку довжини дроту, виявляється у збільшеному ефективному параметрі параболічного потенціалу $\tilde{\beta}(H)$.

За хвильову функцію $\psi(y)$ в (4) обираємо функцію основного стану

$$\psi_0(y) = \frac{1}{\sqrt{\pi^{1/2} y_0}} \exp(-\frac{y^2}{2y_0^2}) \; , \qquad (7)$$

де

$$y_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} \; , \; \omega = \sqrt{\frac{2\tilde{\beta}}{m}} \, . \qquad (8)$$

Енергія електрона у стані (4) з урахуванням (7)

$$\varepsilon(k_x) = \frac{\hbar^2 k_x^2}{2m} + \frac{\pi^2 n^2}{2 m_z d^2} + \frac{\hbar\omega}{2} \; . \qquad (9)$$

Обернений час релаксації електрона вздовж дроту при розсіянні флуктуаційним полем (3)

$$\frac{1}{\tau_n(k_x)} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{k'_x} << |< k'_x \,|\, U \,|\, k_x >|^2 >> \cdot \left(1 - \frac{k'_x}{k_x} \right) \cdot \delta[\varepsilon(k_x) - \varepsilon(k'_x)] \, , \qquad (10)$$

де подвійні дужки <<…>> означають усереднення за випадковим полем. Флуктуації на різних поверхнях дроту вважаємо статистично незалежними, а на одній поверхні – гауссовими:

$$<< \xi_i(\vec{r}_{\perp 1}) \xi_j(\vec{r}_{\perp 2}) >> = \delta_{ij} \Delta_i^2 \exp\left[-\frac{(\vec{r}_{\perp 1} - \vec{r}_{\perp 2})^2}{2\Lambda_i^2} \right] , \; << \xi_i(\vec{r}_\perp) >> = 0 \, , \; i,j = 1,2. \qquad (11)$$

З (11) випливає, що

$$<< U(\vec{r}_{\perp 1}) U(\vec{r}_{\perp 2}) >> = \alpha^2 \left\{ \Delta_1^2 \exp\left[-\frac{(\vec{r}_{\perp 1} - \vec{r}_{\perp 2})^2}{2\Lambda_1^2} \right] + \Delta_2^2 \exp\left[-\frac{(\vec{r}_{\perp 1} - \vec{r}_{\perp 2})^2}{2\Lambda_2^2} \right] \right\} . \qquad (12)$$

Після обчислень (10), враховуючи (12), отримаємо остаточний вираз для часу релаксації електрона вздовж довжини дроту (осі x):

$$\frac{1}{\tau_n(k_x)} = \frac{\alpha^2 \sqrt{2\pi} m}{\hbar^3 |k_x|} \sum_{i=1}^{2} \frac{(\Delta_i \Lambda_i)^2}{\sqrt{y_0^2 + \Lambda_i^2}} e^{-2\Lambda_i^2 k_x^2} \, , \qquad (13)$$

де, згідно (8),

$$y_0 = \frac{\hbar^{1/2}}{(2m\tilde{\beta})^{1/4}} \; . \qquad (14)$$

Залежність від магнітного поля **H** визначається виразом

$$y_0 \sim \left(\beta + \frac{e^2 H^2}{2 m_z c^2} \right)^{-1/4} \; . \qquad (15)$$

3. Для одновимірної електронної провідності з кінетичного рівняння Больцмана в наближенні часу релаксації [1] маємо:

$$\sigma_n = \frac{2\hbar^2 e^2}{m^2} \int_0^\infty (-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}) k_x^2 \tau_n(|k_x|) dk_x \; , \qquad (16)$$

де $f_0 = \left[\exp\left((\varepsilon_{k_x} - \mu)/k_B T \right) + 1 \right]^{-1}$ – функція розподілу Фермі-Дірака, $\varepsilon_{k_x} = (\hbar k_x)^2 / 2m$ – кінетична енергія руху електрона з ефективною масою m вздовж дроту, μ – хімічний потенціал, відрахований від квантово-розмірного рівня руху електрона поперек дроту; $2\sum_{k_x} f_0(k_x) = N$, N – повне число електронів дроту.

Для невиродженого випадку напівпровідникового дроту після підстановки (13) в (16) і проведення обчислень отримаємо:

$$\sigma_n = \frac{\pi e^2 \hbar^3 n}{m^2 k_B T (2\pi m k_B T)^{1/2}} \frac{1}{4 A_1 (\Lambda_2^2 - \Lambda_1^2)^2} \Phi(-x, 2, a(T)) \, , \qquad (17)$$

де

$$x = \frac{A_2}{A_1},\ A_i = \frac{\alpha^2\sqrt{2\pi m}}{\hbar^3}\frac{(\Delta_i\Lambda_i)^2}{\sqrt{y_0^2+\Lambda_i^2}},\ (i=1,2); \quad (18)$$

$$a(T) = \frac{\gamma(T) - 2\Lambda_1^2}{2(\Lambda_2^2 - \Lambda_1^2)},\ \gamma(T) = \frac{\hbar^2}{2mk_BT}; \quad (19)$$

$$\Phi(-x,2,a) = \sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-1)^s x^s}{(s+a)^2}, \quad (20)$$

причому $a > 0$, $x \le 1$ [4]; $n = N/L$ – число електронів на одиниці довжини дроту.

При $\Lambda_1 = \Lambda_2 = \Lambda$ і довільних x

$$\sigma_n = \frac{\pi e^2\hbar^3 n}{m^2 k_B T(2\pi m k_B T)^{1/2}}\cdot\frac{(A_1+A_2)^{-1}}{[\gamma(T)-2\Lambda^2]^2}. \quad (21)$$

У випадку низьких температур, коли

$$\gamma(T) >> 2\Lambda^2,\ \text{або}\ k_BT << (\hbar^2/4m\Lambda^2), \quad (22)$$

рухливість електрона вздовж осі дроту

$$u_n = \frac{2\sqrt{2\pi}e}{\hbar(A_1+A_2)\sqrt{m}}(k_BT)^{1/2}, \quad (23)$$

отже механізм розсіяння на флуктуаціях товщини стає істотним для невироджених напівпровідникових дротиків у низькотемпературній області ($u_n \sim T^{1/2}$), де він сприяє локалізації носіїв струму [3].

При достатньо високих температурах

$$k_BT >> \hbar^2/4m\Lambda^2, \quad (24)$$

або значних кореляційних радіусах Λ флуктуацій, з (21) випливає, що рухливість

$$u_n = \frac{\pi e\hbar^3}{m^2 k_B T(2\pi m k_B T)^{1/2}}\frac{(A_1+A_2)^{-1}}{4\Lambda^4}, \quad (25)$$

тобто температурна залежність $u_n \sim T^{-3/2}$ є подібною до тривимірного випадку розсіяння на акустичних фононах [1], в той час як для невиродженого напівпровідникового дроту в ізоляторі внаслідок взаємодії з акустичними фононами матриці $u_n \sim T^{-5/2}$ [2]. Залежності σ_n та u_n від магнітного поля **H** пов‘язані з

$$A_i(H) \sim (y_0^2(H) + \Lambda_i^2)^{-1/2}, \quad (26)$$

див. (18) і (15).

Для виродженої системи у граничному випадку низьких температур статична провідність σ_n визначається формулою (16), в якій покладемо

$$-\frac{\partial f_0}{\partial\varepsilon} \approx \delta(\varepsilon - \mu). \quad (27)$$

Використовуючи (13), в кінцевому підсумку маємо:

$$\sigma_n = \frac{4e^2}{\hbar^2}\mu[A_1\exp(-2k_F^2\Lambda_1^2) + A_2\exp(-2k_F^2\Lambda_2^2)]^{-1}, \quad (28)$$

де $k_F^2 = \frac{2m}{\hbar^2}\mu$. Температурна залежність σ_n визначається хімічним потенціалом одновимірного електронного газу $\mu(T)$. При $(k_BT/\mu) << 1$

$$\mu(T) \approx \mu_0\left[1 + \frac{\pi}{12}\left(\frac{k_BT}{\mu_0}\right)^2\right], \quad (29)$$

$$\mu_0 = \frac{\hbar^2}{8m}(\pi n)^2. \quad (30)$$

Отримані результати дають можливість оцінити внесок в електропровідність квантового напівпровідникового дроту розглянутого механізму розсіяння на гауссівських флуктуаціях товщини дроту.

Рувінський М.А. *– д.ф.-м.н., професор кафедри фізики твердого тіла;*
Остафійчук Б.К. *– д.ф.-м.н., професор, проректор з наукової роботи, зав.кафедри матеріалознавства та новітніх технологій;*
Рувінський Б.М. *– к.ф.-м.н., асистент кафедри вищої математики.*

[1] А.И. Ансельм. *Введение в теорию полупроводников*. Наука, М. 616 с. (1978).
[2] Н.А. Поклонский, Е.Ф. Кисляков, С.А. Вырко. О температурной зависимости и статической электропроводности полупроводниковой квантовой проволоки в изоляторе // *ФТП*, **37**(6), сс. 735-737 (2003).
[3] Й. Имри. *Введение в мезоскопическую физику*. Физматлит, М. 304 с. (2002).
[4] А.П. Прудников, Ю.А. Брычков, О.И. Маричев. *Интегралы и ряды. Элементарные функции*. Наука, М. 800 с. (1981).

M.A. Ruvinskii[1], B.K. Ostafiychuk[1], B.M. Ruvinskii[2]

The Influence of Thickness Fluctuations on Conductivity of a Quantum Semiconducting Wire

[1] Precarpathian University, 57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine
[2] Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, 15, Carpatska Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine,
ruvinsky@il.if.ua

The expressions for a relaxation time, an electron mobility and static conductivity of a quantum semiconducting wire, which are determined by a random field conditioned by Gaussian fluctuations of wire thickness are obtained. The influence of a strong quantizing magnetic field directional along length of a wire is considered. In a nondegenerate case and low temperatures electron mobility $u_n \sim T^{1/2}$.