

УДК 532.523.32:621.382(088.8)

А.А. Ащеулов, В.Г. Охрем, О.А. Охрем
Вихровий анізотропний оптикотермоелемент

Чернівецький національний університет імені Ю. Федьковича,
вул. Коцюбинського, м. Чернівці, 580122,
Інститут термоелектрики,
Головпошта, а/с 86, м. Чернівці, 58002,

Розглянуто поперечну термо-е.р.с. анізотропного оптикотермоелемента (АОТ) з точки зору вихрових термоелектричних струмів (ВТС). Показано, що різниця потенціалів, яка виникає в АОТ, зумовлена наявністю ВТС.

Ключові слова: термоелемент, анізотропія, термо-е.р.с., градієнт температури, різниця потенціалів, вихрові струми.

Стаття постуила до редакції 2.06.2002; прийнята до друку 2.09.2002

Одним з методів генерування е.р.с є метод поперечної термо-е.р.с. [1]. На її основі запропоно-

вихрових термоелектричних струмів (ВТС). Його принципова схема подана на рис. 1.

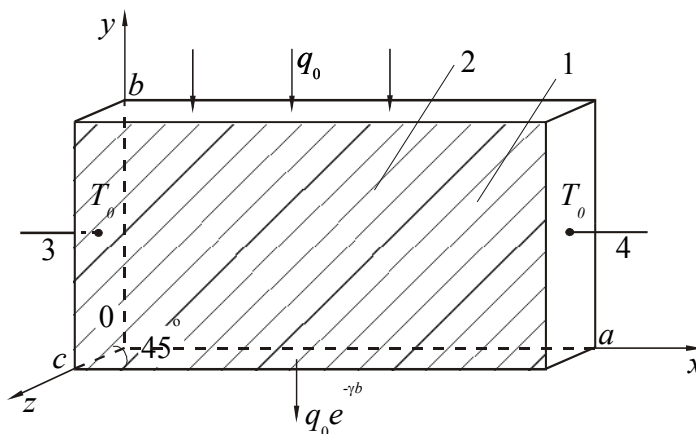


Рис. 1. Принципова схема АОТ: 1 – кристал; 2 – кристалографічна вісь; 3, 4 – електричні контакти

вана низка нових термоелементів, в тому числі, анізотропні оптикотермоелементи [2], які дозволили реалізувати метод “прозорої стінки”. В роботі [3] розглянуто поперечну термо-е.р.с. анізотропного оптикотермоелемента (АОТ). На верхню грань ($y = b$) термоелемента падає тепловий потік q_0 . Торцеві грані $x = 0$ і $x = a$ термостатовані при температурі T_0 , а нижня грань $y = 0$ і бокові ($z = 0$, $z = c$) адіабатично ізольовані від зовнішнього середовища. Тепловий потік зумовлює появу градієнта температури і відповідної йому термо-е.р.с. Кристалографічна вісь термоелемента повернута на деякий кут відносно лабораторних осей, які розташовані в площині, паралельній боковим граням.

В даній роботі розглядається АОТ з точки зору

На верхню грань термоелемента нормально падає монохроматичний тепловий потік q_0 , який далі, проходячи через зразок, поглинається за законом Бугера. Якщо коефіцієнт поглинання матеріалу зразка не залежить від температури і координат, то згідно з указаним законом

$$q = q_0 e^{-\gamma(b-y)}$$

де b – розмір зразка вздовж y , а γ – коефіцієнт поглинання. Тепло, яке поглинається матеріалом зразка, призводить до його нагрівання. Вважаючи, що розподіл температури двовимірний, питома теплопровідність K – ізотропна, запишемо узагальнене рівняння теплопровідності у вигляді

$$\kappa \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + q_0 \gamma e^{-\gamma(b-y)} = 0, \quad (1)$$

де другий член обумовлений джерелом тепла. За наявності ВТС (в такій системі ВТС необхідно наявні) в рівнянні (1) повинні бути присутні й інші члени, а саме: теплоти Бріджмена, Джоуля і Томсона. Але, як показано в роботах [2,4], цими членами можна знехтувати. Рівняння (1) потрібно розглядати сумісно з тепловими граничними умовами

$$T(0, y) = T(a, y) = T_0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T(x, 0)}{\partial x} = \frac{\partial T(x, b)}{\partial y} = 0. \quad (3)$$

Рівняння (2) означає термостатування торців при температурі T_0 а (3) одержується з умов неперервності теплового потоку на верхній і нижній гранях.

Поряд з тепловою частиною задачі (1)-(3) потрібно розглядати і "електричну" частину, тобто розподіл електрохімічного потенціалу, який визначає густину ВТС. Рівняння для розподілу електрохімічного потенціалу в стаціонарному випадку можна одержувати з рівняння неперервності для густини струму

$$\frac{\partial j_x}{\partial x} + \frac{\partial j_y}{\partial y} = 0, \quad (4)$$

в якому

$$\begin{aligned} j_x &= -\sigma \left(\frac{1}{e} \frac{\partial \mu}{\partial x} + \alpha_{12} \frac{\partial T}{\partial y} \right), \\ j_y &= -\sigma \left(\frac{1}{e} \frac{\partial \mu}{\partial y} + \alpha_{21} \frac{\partial T}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

компоненти вектора густини ВТС; σ – питома скалярна електропровідність, e – елементарний заряд; $\alpha_{12} = \alpha_{21} = 0,5(\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp})$ – поперечна термо-е.р.с.; $\alpha_{\parallel} - \alpha_{\perp}$ – анізотропія термо-е.р.с.; $\mu = \mu_0 + e\phi$ – електрохімічний, μ_0 – хімічний та ϕ – електростатичний потенціали.

Однак, на нашу думку, "електричну" частину

задачі зручніше представити через потенціал Лукоша H [3,4], який зв'язаний з густиною струму

$$j_x = -\frac{\partial H}{\partial y}, \quad j_y = \frac{\partial H}{\partial x}. \quad (6)$$

Підставивши (6) в (4), одержимо тотожність, а (6) і (5) дають рівняння

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \sigma \alpha_{12} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right). \quad (7)$$

Рівняння (7) потрібно розглядати разом з умовами електричної ізоляції зразка, які, як показано в [3], записуються у вигляді

$$H|_{\Gamma} = 0, \quad (8)$$

тобто потенціал Лукоша на границях зразка складає нуль.

Отже, послідовність розв'язання задачі така: з рівнянь (1)-(3) знайти розподіл температури $T(x,y)$ і з його урахуванням із (7), (8) знайти $H(x,y)$. Знаючи $H(x,y)$, легко з допомогою (6) знайти топологію ліній струму, а також з (5), (6) розподіл електрохімічного потенціалу.

Розв'язок задачі (1)-(3) подамо у вигляді ряду Фур'є за синусами

$$T(x, y) = T_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(y) \sin \delta_n x, \quad (9)$$

де $\delta_n = n\pi/a$. Підставивши (9) в (1), одержимо рівняння відносно $\psi_n(y)$

$$\psi_n'' - \delta_n^2 \psi_n = -\frac{q_0 \gamma}{\kappa} e^{-\gamma(b-y)} E_n, \quad (10)$$

де $E_n = (2/(n\pi))(1 - (-1)^n)$ – коефіцієнти розкладу одиниці в ряд Фур'є за синусами. Граничні умови для $\psi_n(y)$:

$$\psi_n'(0) = \psi_n'(b) = 0. \quad (11)$$

Розв'язок задачі (10), (11) знайдемо методом варіації постійної. Він має такий вигляд:

$$\psi_n(y) = \frac{q_0 \gamma E_n}{(\gamma^2 - \delta_n^2) \kappa} \left(e^{-\gamma(b-y)} + \frac{\gamma}{\delta_n} \frac{e^{-\gamma b} \operatorname{ch} \delta_n (b-y) - \operatorname{ch} \delta_n y}{\operatorname{sh} \delta_n b} \right). \quad (12)$$

Рівняння для $H(x,y)$ буде таким:

$$\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = \sigma \alpha_{12} \left(-\sum_{n=1}^{\infty} 2\delta_n^2 \psi_n(y) \sin \delta_n x + \frac{q_0 \gamma}{\kappa} e^{-\gamma(b-y)} \right).$$

Якщо подати розв'язок у вигляді:

$$H(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(y) \sin \delta_n x, \quad (13)$$

то, підставивши його в (7), одержимо рівняння відносно функції $\Phi_n(y)$:

$$\Phi_n''(y) - \delta_n \Phi_n(y) = \sigma \alpha_{12} \left(-2\delta_n^2 \psi_n(y) + \frac{q_0 \gamma}{\kappa} e^{-\gamma(b-y)} E_n \right),$$

розв'язок якого при граничних умовах:

$$\Phi_n(0) = \Phi_n(b) = 0$$

має вигляд:

$$\begin{aligned} \Phi_n(y) = & -\frac{\sigma \alpha_{12}}{2\delta_n} \left[-\frac{q_0 \gamma}{\kappa} E_n \frac{e^{-\gamma b}}{\gamma^2 - \delta_n^2} \cdot 2\delta_n \frac{3\delta_n^2 - \gamma^2}{\gamma^2 - \delta_n^2} + \frac{q_0 \gamma^2}{\kappa(\gamma^2 - \delta_n^2)} \frac{e^{-\gamma b} \operatorname{ch} \delta_n b - 1}{\operatorname{sh} \delta_n b} \right] \times \\ & \times \frac{\operatorname{sh} \delta_n (b-y)}{\operatorname{sh} \delta_n b} - \frac{\sigma \alpha_{12}}{2\delta_n} \left[-\frac{q_0 \gamma}{\kappa} E_n \frac{2\delta_n (3\delta_n^2 - \gamma^2)}{(\gamma^2 - \delta_n^2)^2} + \frac{q_0 \gamma^2 E_n}{\kappa(\gamma^2 - \delta_n^2)} 2\delta_n b + \frac{q_0 \gamma^2 E_n}{\kappa(\gamma^2 - \delta_n^2)} \frac{e^{-\gamma b} - \operatorname{ch} \delta_n b}{\operatorname{sh} \delta_n b} \right] \times \\ & \times \frac{\operatorname{sh} \delta_n y}{\operatorname{sh} \delta_n b} + \frac{\sigma \alpha_{12}}{2\delta_n} \left[-\frac{q_0 \gamma}{\kappa} E_n \frac{2\delta_n (3\delta_n^2 - \gamma^2)}{(\gamma^2 - \delta_n^2)^2} e^{-\gamma(b-y)} + \frac{q_0 \gamma^2 E_n 2\delta_n y}{\kappa(\gamma^2 - \delta_n^2) \operatorname{sh} \delta_n b} (e^{-\gamma b} \operatorname{sh} \delta_n (b-y) + \operatorname{sh} \delta_n y) \right] + \\ & \frac{\sigma \alpha_{12}}{2\delta_n} \frac{q_0 \gamma^2 E_n}{\kappa(\gamma^2 - \delta_n^2)} \frac{e^{-\gamma b} \operatorname{ch} \delta_n (b-y) - \operatorname{ch} \delta_n y}{\operatorname{sh} \delta_n b}. \end{aligned} \quad (14)$$

Скориставшись виразами (13), (14) і (6), знайдемо компоненти вектора струму. Електрохімічний потенціал знайдемо, скориставшись виразами (9), (12) і (5). Потім знаходимо, наприклад, різницю потенціалів між точками 1 і 2 (рис. 1), які знаходяться на прямій $y = b/2$. Ця різниця потенціалів $\Delta\Phi_{12}$ зумовлена наявністю ВТС, які в свою чергу обумовлені анізотропією термо-ерс і наявністю

падаючого теплового потоку q_0 . Тому вона може бути доказом існування ВТС у зразку АОТ. Вимірюючи $\Delta\Phi_{12}$, можна оцінити величину густини потоку q_0 . Методику вимірювання можна так налаштувати, щоб визначати, наприклад, коефіцієнт поглинання.

- [1] W. Thomson. On thermoelectric currents in linear conductors of crystalline substance. // *Math. Phys. Pap.*, **1**, pp. 266-273 (1882).
- [2] A.A. Ashcheulov, I.V. Gutcul. Anisotropic optical thermoelectric elements // *J. of Thermoelectricity*, **3**, pp.81-89 (1997).
- [3] І.В. Гуцул, А.А. Ашеулов. Поперечна термо-е.р.с. і вольватна чутливість анізотропного оптикоелемента у випадку термостатування його бокових граней // *Науковий вісник ЧДУ. Фізика. Електроніка*, **92**, Чернівці: ЧДУ, сс. 5-8 (2000).
- [4] А.Г. Самойлович, Л.Л. Коренблит. Вихревые термоэлектрические токи в анизотропной среде // *ФТТ*, **3(7)**, сс. 2052-2059 (1961).
- [5] W. Lukosz. Geschlossene elektrische Ströme in thermoelektrische anisotropen Kristallen // *Z. Naturforsch.*, **19a** (13), pp. 1599-1610 (1964).
- [6] Л.И. Анатычук. Термоэлементы и термоэлектрические устройства, К.: Наук. думка, С.768 (1979).

А.А. Ашеулов, В.Г. Охрем, О.А. Охрем

A.A. Ashcheulov, V.G. Okhrem, Ye.A. Okhrem

Eddy Anisotropic Opticothermoelement

*Yriy Fedjkovych Chernivtsy National University, 2, Kotsyubynsky Str., Chernivtsy, 580122,
Institute of Thermoelectricity,
Post, a/b 86, Chernivtsy, 58002,*

The transverse thermo-EMF of anisotropic opticothermoelement (AOT) has been considered from eddy thermoelectric currents point of view. Appearance of potential difference in AOT due to eddy thermoelectric currents presence has been shown.