ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 3, № 2 (2002) С. 260-264

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 3, № 2 (2002) P. 260-264

УДК 621.315.592

І.В. Гуцул, А.А. Ащеулов, В.І. Гуцул

Дослідження вольт-ватної чутливості анізотропного оптико-термоелемента при термостатуванні його бокової грані

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
вул. Коцюбинського, 2, Чернівці, 58012, Україна, тел. (037-22) 4-43-19, ss-dpt@chnu.cv.ua

Проведено розрахунок двомірного розподілу температури анізотропного оптикотермоелемента (АОТ) із врахуванням термостатування його бокової грані. Одержано вираз поперечної термо-е.р.с. і досліджено вольт-ватну чутливість АОТ для випадків оптичного пропускання і поверхневого поглинання.

Ключові слова: анізотропне середовище, оптикотермоелемент, променевий потік, поперечна термоелектрорушійна сила, вольт-ватна чутливість.

Стаття поступила до редакції 17.11.2001; прийнята до друку 11.05.2002

Дослідження термоелектричних явищ в анізотропних середовищах [1-3] привели до появи пристроїв, названих анізотропними оптикотермоелементами (АОТ) [4-5], які працюють в різних режимах [6-7] і використовуються для розв'язування цілого ряду задач [8-10]. В даній роботі викладена теорія АОТ і проаналізовані їхні параметри та можливості при термостатуванні бокової грані.

Розглянемо АОТ, який являє собою пластину 1 із заданими розмірами a, b, c (рис. 1) з матеріалу, анізотропного за коефіцієнтами термо-е.р.с. $\hat{\alpha}$ і теплопровідності $\hat{\chi}$. Тензори $\hat{\alpha}$ і $\hat{\chi}$ в лабораторній системі координат (XYZ), повернутій на кут φ в площині XOY відносно кристалографічної (X′Y′Z′), мають вигляд.

$$\hat{\alpha}=\begin{vmatrix} \alpha_{\parallel}\sin^2\varphi+\alpha_{\perp}\cos^2\varphi & (\alpha_{\parallel}-\alpha_{\perp})\sin\varphi\cos\varphi & 0 \\ (\alpha_{\parallel}-\alpha_{\perp})\sin\varphi\cos\varphi & \alpha_{\parallel}\cos^2\varphi+\alpha_{\perp}\sin^2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{\perp} \end{vmatrix}, \quad (1)$$

$$\hat{\chi}=\begin{vmatrix} \chi_{\parallel}\sin^2\varphi+\chi_{\perp}\cos^2\varphi & (\chi_{\parallel}-\chi_{\perp})\sin\varphi\cos\varphi & 0 \\ (\chi_{\parallel}-\chi_{\perp})\sin\varphi\cos\varphi & \chi_{\parallel}\cos^2\varphi+\chi_{\perp}\sin^2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \chi_{\perp} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

На верхню грань термоелемента 1 падає променевий потік енергії густиною q_0. Права бокова грань знаходиться в теплоконтакті з термостатом 2 при температурі $T = T_0$. Нижня і торцеві грані адіабатично ізольовані. Рівномірний монохроматичний променевий потік густиною q_0 і довжиною хвилі λ_0, пройшовши через такий АОТ, зумовлює появу в ньому градієнта температури і поперечної термо-е.р.с. Розподіл температури в пластині знаходимо із

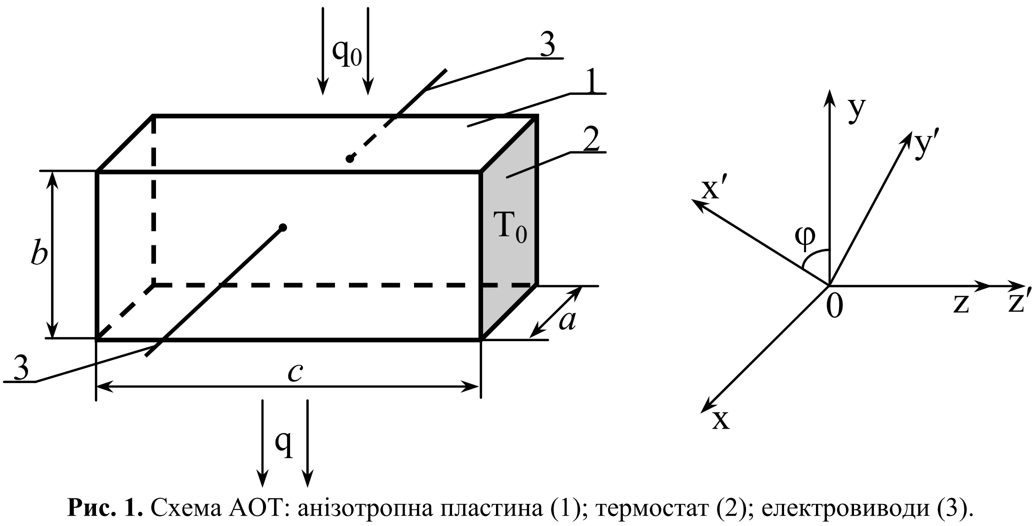

Рис. 1. Схема АОТ: анізотропна пластина (1); термостат (2); електровиводи (3).
Справа – лабораторна система координат XYZ і орієнтація кристалографічних осей X′Y′Z′ монокристалічної пластини 1.

закону теплопровідності [11], який при наявності внутрішніх джерел тепла для стаціонарного випадку $\frac{\partial T}{\partial t}=0$ в наближенні $\chi_{12}<\chi_{22}$ має такий вигляд

$$\beta^2\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}+\frac{q_0\gamma}{\chi_{33}}e^{-\gamma(b-y)}=0. \qquad (3)$$

В рівнянні (3) γ – коефіцієнт поглинання матеріалу АОТ, а $\beta^2=\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}$.

Розв'язок рівняння теплопровідності (3) будемо знаходити за наступними крайовими умовами

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=a}=0, \qquad \left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=0}=\left.\frac{\partial T}{\partial y}\right|_{y=b}=0,$$

$$\left.\frac{\partial T}{\partial z}\right|_{z=0}=0, \qquad T\big|_{z=c}=T_0. \qquad (4)$$

Відомо, що власною функцією задачі Штурма-Ліувіля

$$\frac{d^2 f}{dy^2}+\lambda^2 f=0, \qquad \left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=0}=\left.\frac{\partial f}{\partial y}\right|_{y=b}=0 \quad (5)$$

є функція $\cos\lambda_n y$, яка відповідає власному значенню $\lambda_n=\frac{n\pi}{b}$, де $n=0,1,2,\ldots$ Тоді система $\{\cos\lambda_n y\}_{n=0}^{\infty}$ є повною, замкнутою, ортогональною системою функцій на відрізку [0,b]. Це дозволяє ставити питання про розклад функції f(y) в ряд Фур'є за цією системою.

Функція f(y)за своїм зображенням [12]

$$\hat{F}_n[f(y)]=\int_0^b f(y)\cos\lambda_n y\,dy\equiv f_n \qquad (6)$$

однозначно відновлюється згідно з правилом

$$f(y)=\hat{F}_n^{-1}[f_n]=\frac{1}{b}\sum_{n=0}^{\infty}\delta_n f_n\cos\lambda_n y, \qquad (7)$$

де $\delta_n=\begin{cases}1, & n=0,\\ 2, & n=1,2,3,\ldots\end{cases}$.

Застосуємо до задачі (3)-(4) оператор $\hat{F}_n$ за правилом (6). Внаслідок тотожності

$$\hat{F}_n\left[\beta^2\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right]=\int_0^b\beta^2\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\cos\lambda_n y\,dy=-\beta^2\lambda_n^2 T_n(z), \qquad (8)$$

де $T_n(z)=\int_0^b T(y,z)\cos\lambda_n y\,dy$.

Маємо задачу знаходження розв'язку наступного диференціального рівняння

$$\frac{d^2T_n(z)}{dz^2}-\beta^2\lambda_n^2T_n(z)=-\Phi_n, \qquad z\in(0,c), \quad (9)$$

$$\Phi_n=\int_0^b\frac{q_0\gamma}{\chi_{33}}e^{-\gamma(b-y)}\cos\lambda_n y\,dy \qquad (10)$$

за крайовими умовами

$$\left.\frac{dT_n(z)}{dz}\right|_{z=0}=0, \qquad T_n(z)\big|_{z=c}=T_{0n},$$

$$T_{0n}=\int_0^b T_0\cos\lambda_n y\,dy=\begin{cases}T_0 b, & n=0,\\ 0, & n=1,2,3,..\end{cases}. \quad (11)$$

Для n = 0 розв'язок задачі (9)-(11) має вигляд

$$T_0(z)=T_0 b+\frac{q_0}{2\chi_{33}}\left(e^{-\gamma b}-1\right)\left(z^2-c^2\right). \qquad (12)$$

При n > 0 загальний розв'язок неоднорідного рівняння (9) шукаємо у вигляді

$$T_n(z)\big|_{n\rangle 0}=T_n^{одн}(z)\big|_{n\rangle 0}+T_n^{неодн}(z)\big|_{n\rangle 0}. \qquad (13)$$

Загальний розв'язок однорідного рівняння (9) при n > 0

$$T_n^{одн}(z)\big|_{n\rangle 0}=A_{1n}\,\mathrm{ch}\lambda_n z+A_{2n}\,\mathrm{sh}\lambda_n z. \qquad (14)$$

Для часткового розв'язку неоднорідного рівняння (9) із врахуванням (10) одержуємо

$$T_n^{неодн}(z)\big|_{n\rangle 0}=\frac{q_0\gamma^2}{\chi_{33}\beta^2}\frac{\left[(-1)^n-e^{-\gamma b}\right]}{\lambda_n^2\left(\lambda_n^2+\gamma^2\right)}. \quad (15)$$

Коефіцієнти A_{1n} і A_{2n} знаходимо за крайовими умовами (11) при n > 0

$$A_{1n}=-\frac{q_0\gamma^2}{\chi_{33}\beta^2}\frac{\left[(-1)^n-e^{-\gamma b}\right]}{\lambda_n^2\left(\lambda_n^2+\gamma^2\right)}\frac{1}{\mathrm{ch}(\beta\lambda_n c)},$$

$$A_{2n}=0. \qquad (16)$$

Загальний розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (9) при $n\geq 0$ із врахуванням (12)-(16) матиме вигляд

$$T_n(z) = T_0 b + \frac{q_0}{2\chi_{33}}\left(e^{-\gamma b} - 1\right)\left(z^2 - c^2\right) + \frac{q_0\gamma^2}{\chi_{33}\beta^2}\frac{\left[(-1)^n - e^{-\gamma b}\right]}{\lambda_n^2\left(\lambda_n^2 + \gamma^2\right)}\left\{1 - \frac{\mathrm{ch}(\beta\lambda_n z)}{\mathrm{ch}(\beta\lambda_n c)}\right\}. \tag{17}$$

Застосувавши обернене інтегральне косинус-перетворення Фур'є (7) до розв'язку (17), одержуємо наступний вираз для розподілу температури АОТ

$$T(y,z) = T_0 + \frac{q_0}{2\chi_{33}}\left(e^{-\gamma b} - 1\right)\left(z^2 - c^2\right) + \frac{2q_0\gamma^2}{\chi_{22} b}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left[(-1)^n - e^{-\gamma b}\right]}{\lambda_n^2\left(\lambda_n^2 + \gamma^2\right)}\left\{1 - \frac{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\lambda_n z\right)}{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\lambda_n c\right)}\right\}\cos\lambda_n y \tag{18}$$

Компоненти напруженості термоелектричного поля $\vec{E}^T$ визначаються співвідношенням

$$E_i^T = \sum_{k=1}^{3}\alpha_{ik}\frac{\partial T}{\partial x_k}. \tag{19}$$

Поперечна складова напруженості E_x^T термоелектричного поля із врахуванням (18) має вигляд

$$E_x^T = \frac{2q_0\gamma^2}{\chi_{22}\beta}\alpha_{12}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\left[(-1)^n - e^{-\gamma b}\right]}{\lambda_n\left(\lambda_n^2 + \gamma^2\right)}\left\{\frac{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\lambda_n z\right)}{\mathrm{ch}\left(\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\lambda_n c\right)} - 1\right\}\sin\lambda_n y. \tag{20}$$

Поперечна термо-е.р.с. згідно [12] визначається за допомогою виразу

$$\varepsilon = \frac{1}{bc}\int_0^b dy\int_0^c dz\int_0^a E_x^T dx. \tag{21}$$

Підставляючи (20) в (21), одержуємо після інтегрування

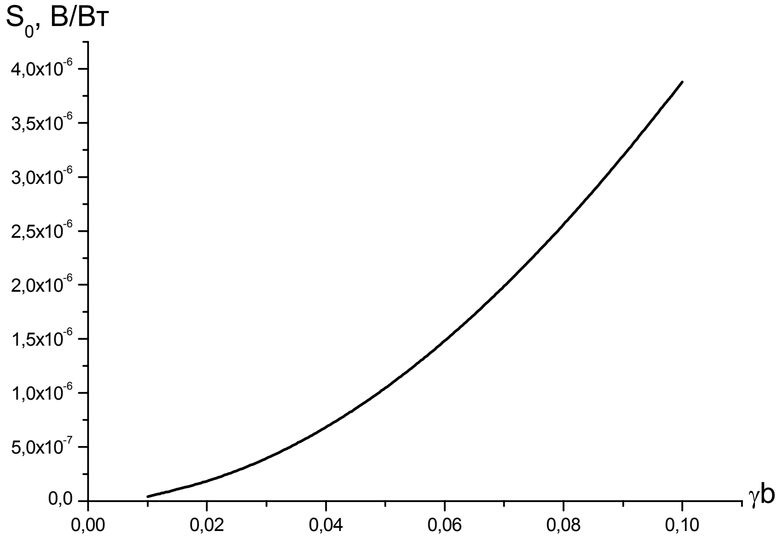

Рис. 2. Залежність вольт-ватної чутливості S_0 АОТ із CdSb у випадку оптичного пропускання ($\gamma b \ll 1$) при однобічному термостатуванні.

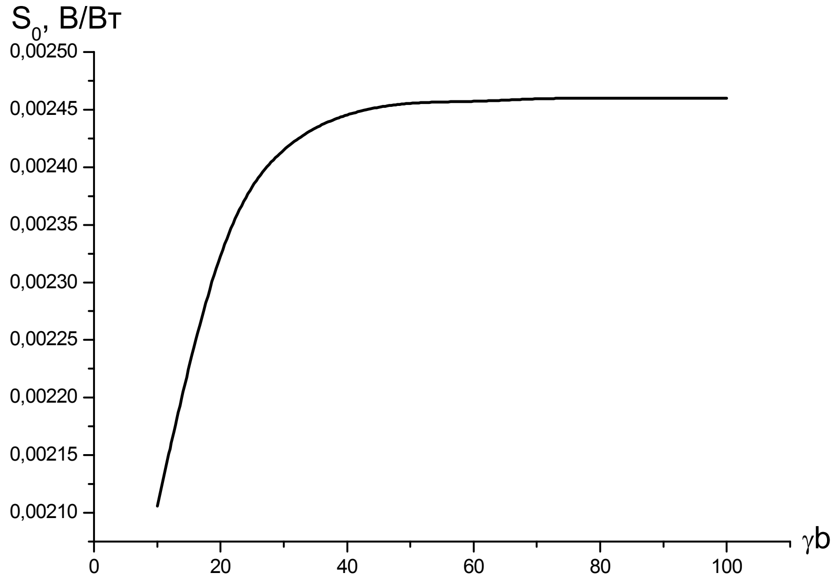

Рис. 3. Залежність вольт-ватної чутливості S_0 АОТ із CdSb у випадку поверхневого поглинання ($\gamma b >> 1$) при однобічному термостатуванні.

$$\varepsilon = \frac{a}{b}\alpha_{12}\frac{4q_0}{\chi_{22}}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(1+e^{-\gamma b}\right)(\gamma b)^2}{\frac{(2k+1)^2\pi^2}{b}\left[(2k+1)^2\pi^2+(\gamma b)^2\right]}\times\left\{1-\sqrt{\frac{\chi_{33}}{\chi_{22}}}\frac{b}{(2k+1)\pi c}\,\mathrm{th}\left[\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\frac{(2k+1)\pi c}{b}\right]\right\}. \quad (22)$$

Одним із актуальних параметрів розглядуваних АОТ є вольт-ватна чутливість, яка, згідно з означенням, визначається співвідношенням

$$S_0 = \frac{\varepsilon}{q_0 \alpha c}. \quad (23)$$

Підставивши (22) в (23), одержимо

$$S_0 = \left\{\frac{4\alpha_{12}}{\chi_{22}c}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\left(1+e^{-\gamma b}\right)(\gamma b)^2}{(2k+1)^2\pi^2\left[(2k+1)^2\pi^2+(\gamma b)^2\right]}\right\}\times\left\{1-\frac{b}{(2k+1)\pi c}\cdot\sqrt{\frac{\chi_{33}}{\chi_{22}}}\,\mathrm{th}\left[\sqrt{\frac{\chi_{22}}{\chi_{33}}}\frac{(2k+1)\pi c}{b}\right]\right\}. \quad (24)$$

Співвідношенням (24) визначається також і вольт-ватна чутливість АОТ, ліва бокова грань якого термостатована, а всі інші адіабатично ізольовані.

На рис. 2, 3 наведено графіки залежності вольт-ватної чутливості S_0 від γb у випадках оптичного пропускання ($\gamma b << 1$) і поверхневого поглинання ($\gamma b >> 1$) для АОТ із CdSb при термостатуванні правої або лівої бокової грані. Встановлено, що у випадку оптичного пропускання вольт-ватна чутливість АОТ зростає із ростом γb.У випадку поверхневого поглинання вольт-ватна чутливість також зростає, але характеризується більшими за величиною значеннями, ніж у випадку оптичного пропускання. Використання таких АОТ дозволяє проводити реєстрацію променевих потоків з найменшим спотворенням енергії в поперечному перерізі. Крім цього, при застосуванні таких термоелементів відпадає потреба оптично прозорих тепловідводів і клеїв, що веде до зростання часової стабільності приладів, які базуються на їх основі.

І.В. Гуцул *– доктор фізико-математичних наук, професор кафедри теоретичної фізики;*
А.А. Ащеулов *– доктор фізико-математичних наук, провідний науковий співробітник;*
В.І. Гуцул *– студент кафедри теоретичної фізики.*

[1] W. Tomson. On thermoelectric currents in linear conductors of crystallintidiens.// *Math.Phys. Papers*, **1,** pp. 266-273 (1882).
[2] С.Л. Королюк, И.М. Пилат, А.Г. Самойлович, В.Н. Слипченко, А.А. Снарский, Е.Ф. Царьков. Элементарная теория анизотропного термоелемента.// *ФТП*, **7**(10), сс.725-734 (1973).
[3] А.А. Ащеулов, В.М. Кондратенко, Ю.Б. Пилявский, И.М. Раренко. ЭДС анизотропного термоелемента.// *УФЖ,* **29**(9), сс.1427-1429 (1984).
[4] A.A. Ashcheulov, I.V. Gutsul. Anisotropic optical thermoelectric elements // *J. of Thermoelectricity*. **3**, pp.81-89 (1997).
[5] А.А. Ащеулов. Фізико-хімічні основи технології оптичних, анізотропних термоелектричних і оптико-термоелектричних матеріалів з антимоніду кадмію.// *Автореф. докт. дис*., Чернівці (1994).
[6] І.В. Гуцул. Анізотропний оптикотермоелемент у випадку збігу напрямків променевого потоку та градієнта температури.// *УФЖ*, 43(10), сс.1278-1281 (1998).
[7] А.А. Ащеулов, І.В. Гуцул, А.І. Раренко. Електрорушійна сила і коефіцієнт корисної дії анізотропного термоелемента у випадку врахування анізотропії коефіцієнтів термо-е.р.с. і теплопровідності // *УФЖ*, 42(6), сс.698-701 (1997).
[8] И.В. Гуцул. Анизотропный радиационный термоэлемент для измерения проходящей мощности в случае термостатирования верхней рабочей грани.// *Опт.журн.* **66**(7), сс.109-111 (1999).
[9] А.А. Ащеулов. Анизотропный радиационный термоэлемент для измерения проходящей мощности.// *Опт.мех.пром*., **12**, сс.48-49 (1989).
[10] A.A. Ashcheulov. On the possibility of parametric control of anisotropic thermoelements using the effect of thermal conduction anisotropy .// *J. of Thermoelectricity*, **4**, pp.59-64 (1995).
[11] А.В. Лыков. *Теория теплопроводности*. Высшая школа, М. (1967).
[12] А.А. Снарский. ЭДС элементов, использующих анизотропию термоэдс // *ФТП*, **11**(10), сс.2053-2055 (1977).

I.V. Gutsul, A.A. Ashcheulov, V.I. Gutsul

The Investigation of Volt-Watt Sensitivity of Anisotropic Optic Thermoelement at Temperature-Controlled Side Facet

Yriy Fedkovych Chernivtsy State University,
2, Kotsubynskyy St., Chernivtsy, 58012, Ukraine, tel. (037-22) 4-43-19, ss-dpt@chnu.cv.ua

The calculation of two dimensional temperature distribution for anisotropic optic thermoelement (AOT) taking into account the temperature-controlled side facet was carried out. The expression of cross thermo-electromotive force was obtained and volt-watt sensitivity of AOT for cases of optical carrying and surface absorption.