

В.І. Цоцко<sup>1</sup>, І.М. Спиридонова<sup>2</sup>, Б.Г. Пелешенко<sup>1</sup>

## Формування температурних хвиль в умовах періодичної енергетичної дії на поверхню металу

<sup>1</sup>Дніпропетровський державний аграрний університет, вул. Ворошилова, 25,  
м. Дніпропетровськ, 49600, Україна,

<sup>2</sup>Дніпропетровський національний університет, пров. Науковий, 13, м. Дніпропетровськ, 49050, Україна  
E-mail: [Totskovictory@mail.ru](mailto:Totskovictory@mail.ru)

В умовах періодичної енергетичної дії на поверхню металу аналітично досліджено нестационарне поле температур в металі. На прикладі низьковуглецевої сталі показано утворення в поверхневому шарі металу температурних хвиль. Розраховані параметри хвильового процесу. Результати дослідження можуть бути застосовані для термоциклічної обробки і для дифузійного насичення поверхні металів легуючими елементами.

**Ключові слова:** поле температур, коливання температури, температурні хвилі, термоцикловання.

*Стаття поступила до редакції 28.03.2010; прийнята до друку 15.09.2010.*

### Вступ

Метали, напівпровідники, більшість інших матеріалів у твердому стані переважно функціонують в умовах змінних температур. В процесі виготовлення або відновлення вони також піддаються змінній тепловій дії. Під впливом температурних коливань, внаслідок термічних напружень, зумовлених температурними градієнтами та фазовими перетвореннями, властивості матеріалів можуть не зворотно змінюватися. Місцеве теплове нерівномірне розширення закріплюється дифузійними потоками вакансій і дислокованих атомів, що призводить, крім макроскопічної зміни форми та розмірів, до формування в ключових поверхневих шарах матеріалу нових фізичних властивостей, часто небажаних.

Термоциклічна обробка металів, зокрема сталей, привертає увагу сучасних дослідників в контексті високоінтенсивних імпульсних технологій, що дозволяють прискорити фазу обробки або зекономити витрати ресурсів [1, 2]. З'являється можливість підвищення встановлених верхніх меж нагрівання, інтенсифікації дифузійних процесів, простої регуляції теплових потоків. Імпульсну енергетичну дію легко відтворити в рамках місцевої термообробки з використанням доступних локальних джерел енергії.

Чітка температурна зумовленість дифузійних потоків, фазових перетворень потребує виявлення закономірностей нестационарного температурного поля в поверхневому шарі металу в умовах

імпульсної енергетичної дії на поверхню для проведення виваженого по точкового впливу на даний шар.

Для швидкоплинних нерівноважних процесів в умовах локального нагрівання і охолодження поверхні металу експериментально визначити температуру, швидкості її зміни, інші параметри теплових потоків важко. Математичне моделювання досліджуваних явищ значно спрощує одержання результату, економить час та ресурси.

В умовах періодичної зміни температури на поверхні середовища в рамках напівбесконечної однорідної моделі, аналітичний розв'язок рівняння теплопровідності в одновимірному наближенні, при достатньому віддаленні від початкового моменту дії, призводить до формування в середовищі температурних хвиль з експоненціально спадаючою амплітудою і сталою фазовою швидкістю [3, с. 242], [4, с. 178].

Дана задача (задача Фур'є) в умовах обмеженого середовища також дає розв'язок у вигляді гармонічної функції або суперпозиції гармонік [3, с. 242].

Але вказані результати, одержані без початкових умов процесу, не охоплюють температурні поля початкового інтервалу часу енергетичної дії, які є принциповими для імпульсного режиму обробки.

Для аналітичного контролю динамічних процесів теплопередачі в поверхневому шарі металу при імпульсній енергетичній дії на поверхню необхідна постановка жорстких граничних умов задачі. В роботі [5] дане обґрунтування відповідної моделі і

досліджений розподіл температури в системі “метал – підкладка” в умовах лінійного зростання температури на поверхні енергетичної дії при фіксованій температурі підкладки. Відмічається ріст відхилення температурного поля від рівноважного розподілу з зростанням швидкості нагрівання поверхні.

Аналіз завершеного циклу теплової дії, що складається з елементарних актів нагрівання та охолодження продовжений в роботах [6, 7]. Нерівноважний характер температурного поля істотно проявляється при швидкостях термообробки понад 100 К/с.

Вказані роботи дають лише попередні результати періодичної теплової дії на поверхневий шар металу, постільки вони не охоплюють результуючої дії сукупності циклів та моделюють температурний вплив за допомогою дискретних лінійних, а не гармонічних функцій, що значно спрощує аналіз, але віддаляє від реальності.

### I. Постановка задачі

Мета роботи – аналітичне дослідження поля температур одновимірної однорідної металічної моделі кінцевої довжини  $l$  в умовах періодичної (синусоїдальної) енергетичної дії з заданою частотою  $\omega$  на її одну, активну, поверхню і підтримці сталої температури на іншій, граничній з підкладкою, поверхні. В процесі енергетичної дії на активну поверхню зразка її температура періодично змінюється від мінімального температурного рівня  $T_1$  до максимального рівня  $T_1+2A$ , де  $T_1$  – початкова

температура поверхні,  $A$  – амплітуда температурних коливань на поверхні.

Поставлена мета зводиться до розв’язку одновимірного рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}, \tag{1}$$

де  $T = T(x, t)$  – температура в зразку,  $t$  – час обробки,  $x$  – відстань від поверхні обробки у напрямку до підкладки,  $a^2$  – коефіцієнт теплопровідності однорідного металу, з відповідними додатковими умовами:

$$m_1(t) = T(0, t) = T_1 + A - A \cos \omega t, \tag{2}$$

$$m_2(t) = T(l, t) = T_2, \tag{3}$$

- граничні умови зразка,

$$j(x) = T(x, 0) = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{l} x. \tag{4}$$

- початковий розподіл температури в зразку (рівноважний розподіл з температурами  $T_1$  при  $x=0$  і  $T_2$  при  $x=l$ ).

### II. Результати їх обговорення

Розв’язок поставленої задачі шукаємо в стандартному вигляді

$$T(x, t) = u(x, t) + v(x, t), \tag{5}$$

де  $u(x, t)$  – базова допоміжна функція, яка задає миттєвий рівноважний розподіл температури в зразку,

$$u(x, t) = m_1(t) + \frac{x}{l} [m_2(t) - m_1(t)] = T_1 + A - A \cos \omega t + \frac{x}{l} (T_2 - T_1 - A + A \cos \omega t) \tag{6}$$

а  $v(x, t)$  – деяка невідома функція, що має зміст відхилення від  $u(x, t)$ .

Функція  $v(x, t)$  має нульові крайові умови і відповідає однорідній крайовій задачі [3, с. 201] і легко знаходиться методом розподілу змінних [3, с. 202] у вигляді ряду

$$v(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} v_n(t) \sin \frac{pn}{l} x,$$

де

$$v_n(t) = \int_0^l \exp\left(-\left(\frac{pn}{l}\right)^2 a^2 (t-t)\right) \cdot f_n(t) dt,$$

а  $f_n(t)$  – є коефіцієнти Фур’є функції  $f(x, t)$  при розкладі її в ряд по синусам на інтервалі  $(0, l)$ :

$$f(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(t) \sin \frac{pn}{l} x;$$

$$f_n(t) = \frac{2}{l} \int_0^l f(x, t) \sin \frac{pn}{l} x dx.$$

Після розрахунків коефіцієнтів  $v_n(t)$  та  $f_n(t)$ , проведених в роботі [8], одержимо вираз для відхилення  $v(x, t)$ :

$$v(x, t) = - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{pn} A w^2 \cdot \frac{1}{\left[\left(\frac{pn}{l}\right)^2 a^2\right]^2 + w^2} \left\{ \exp\left[-\left(\frac{pn}{l}\right)^2 a^2 t\right] + \left[\frac{\left(\frac{pn}{l}\right)^2 a^2}{w} \sin \omega t - \cos \omega t\right] \right\} \cdot \sin \frac{pn}{l} x \tag{7}$$

В якості конкретного матеріалу моделі було застосовано базовий метал для широкого класу технологічних задач – низьковуглецева сталь.

Досліджувався широкий діапазон частот енергетичної дії.

Початковий рівень температури активної поверхні  $T_1 = 550\text{ }^\circ\text{C}$  та розмах температурних коливань  $2A = 380\text{ }^\circ\text{C}$  був обґрунтований в роботі [5] і відповідав типовим режимам термоциклювання [9 - 11]. Для вибраного інтервалу термоциклювання коефіцієнт температуропровідності низько вуглецевих сталей становить  $6,9 \cdot 10^{-6}\text{ м}^2/\text{с}$  [5].

Довжина зразків моделі варіювалась в межах 2-20 мм ( $l_1 = 2\text{ мм}$ ,  $l_2 = 5\text{ мм}$ ,  $l_3 = 10\text{ мм}$ ,  $l_4 = 20\text{ мм}$ ), що узгоджувалось з задачами попередніх досліджень [5], [6], [7] і відповідала найбільш затребуваним деталям та заготовкам, які обробляються локальними енергоносіями. Найбільш інформативним зразком, що давав найкращу розгортку температурного поля, вважався зразок  $l_4 = 20\text{ мм}$ .

Періодичність обробки визначалась швидкостями нагрівання та охолодження активної поверхні. Для граничних швидкостей термообробки – від дуже повільних ( $\approx 0,1\text{ К/с}$ ) до високошвидкісних ( $\approx 1000\text{ К/с}$  і навіть до  $\approx 10^6\text{ К/с}$ ), відповідно до вибраного розмаху термоциклювання, період циклу може змінюватись від 4000 с до 0,4 с (гранично до 0,4 мс). Циклічна частота обробки при цьому складає  $1,57 \cdot 10^{-2}$  -  $1,57\text{ рад/с}$ . Досліджувались також граничні режими з частотами  $15,7\text{ рад/с}$  та  $15,7 \cdot 10^3\text{ рад/с}$ .

До задач дослідження відносились: підтвердження періодичності температурних коливань в моделі і їх відповідність вихідній частоті; вивчення характеру затухання амплітуди температурних коливань з віддаленням від активної поверхні; аналіз фаз запізнення хвильового збурення температурної хвилі.

В межах періоду циклу оцінювалась величина відхилення температури вздовж всього зразка. Для контролю дифузійних процесів у поверхневому шарі була вибрана характерна точка ( $D$  - точка) на відстані 1 мм від активної поверхні, в якій відслідковувалась поведінка температури в контексті сприяння процесу насичення поверхневого шару легуючим компонентом, а також точка максимального відхилення температури ( $M$  - точка), близька до середини зразка, яка виступала критерієм зовнішнього теплового впливу на зразок.

Аналізувався розподіл температури в зразку в перші цикли термічної дії на активну поверхню і в достатньо віддалені цикли, коли величина відхилення стабілізувалася.

В залежності від швидкості нагрівання – охолодження було виділено чотири режими обробки:  $A$  - режим - для малих швидкостей нагрівання

$\approx 1\text{ К/с}$ ;  $B$  - режим – для середніх швидкостей  $\approx 100\text{ К/с}$ ;  $C$  - режим – для високих швидкостей  $\approx 1000\text{ К/с}$ ;  $D$  - режим – для надшвидкісного нагрівання  $\approx 10^6\text{ К/с}$ .

На рис. 1 і рис. 2 приведені результуючі коливання в контрольних точках зразка 14 для  $C$ -режиму упродовж перших циклів. Показані також вихідні коливання температури на поверхні  $T(0,t)$ , миттєві рівноважні коливання  $u(x,t)$  та відхилення  $v(x,t)$  у вказаних точках.

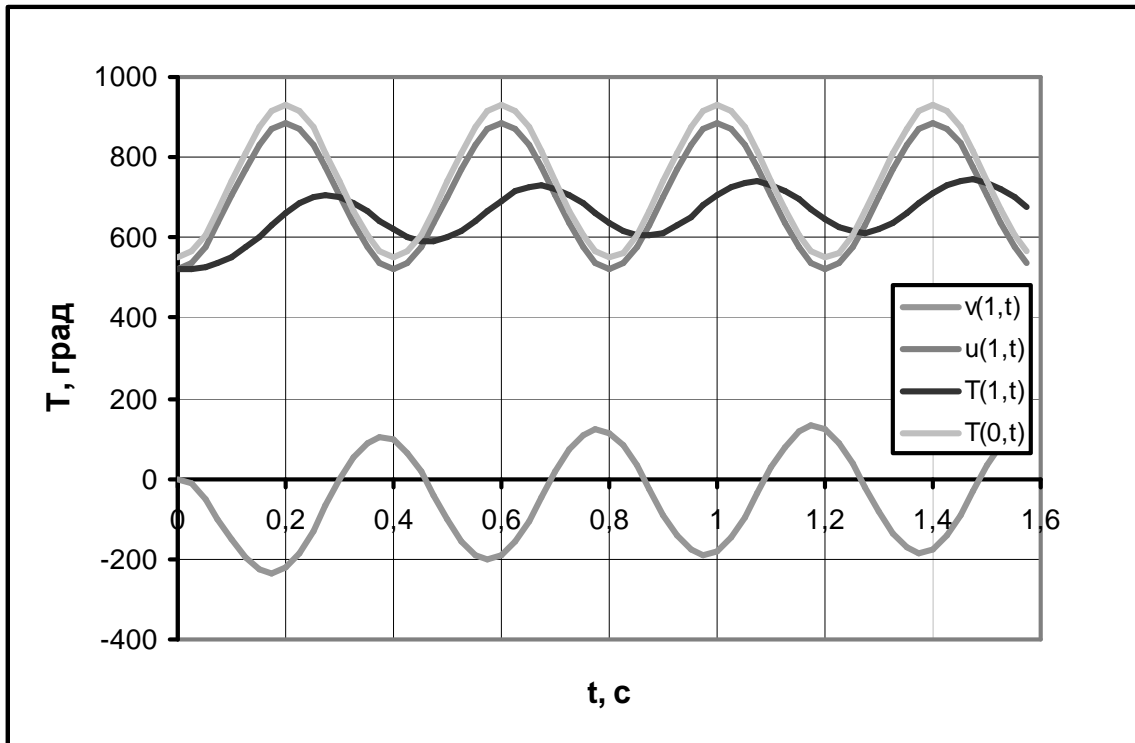
Рисунки підтверджують періодичність температурного поля поверхневого шару зразка, зменшення амплітуди поля та зростання фази коливань з віддаленням від активної поверхні. Відслідковується також підйом середньої лінії коливань у напрямку до рівноважного розподілу з температурою  $740\text{ }^\circ\text{C}$  на активній поверхні, з відповідною стабілізацією амплітуди відхилення.

По відношенню до вихідних коливань температури на активній поверхні коливання температури в контрольних точках відбуваються з запізненням по фазі, що визначає процес поширення температурного імпульсу в середовищі – температурну хвилю в металі. Швидкості температурних хвиль  $c$  та їх довжини  $\lambda$  в залежності від режиму обробки наведені в таблиці.

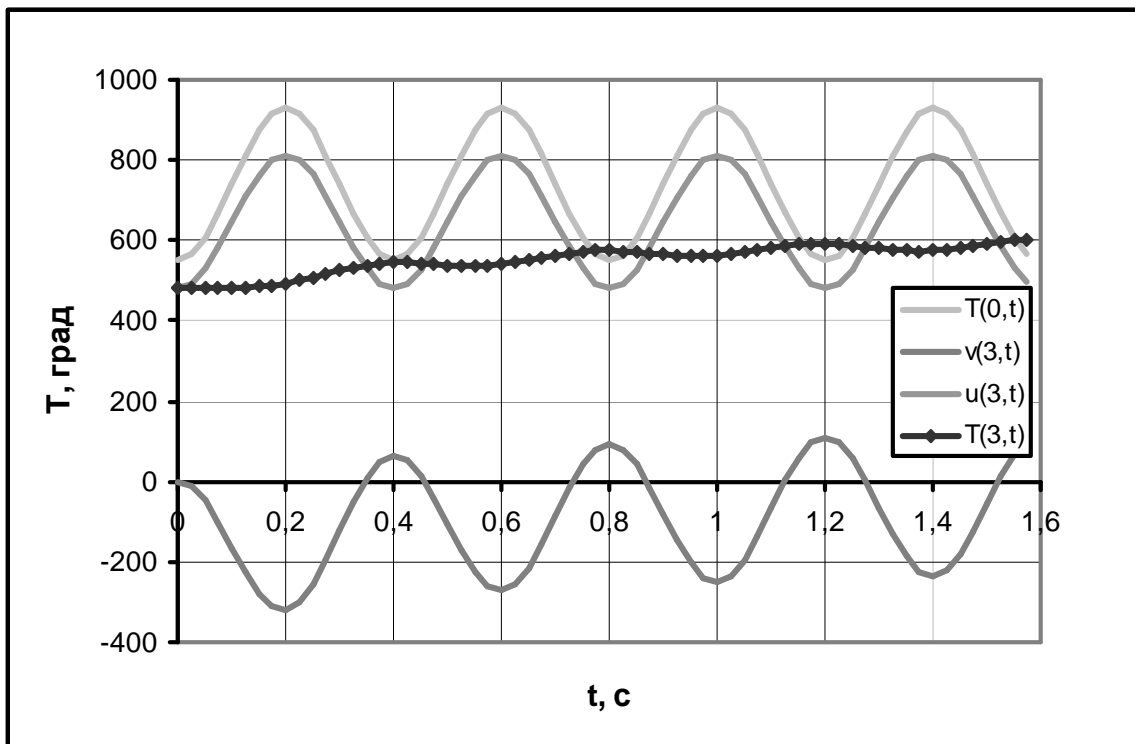
Параметри температурних хвиль розраховувались по запізненні фази в  $D$ -точці для  $A$ -,  $B$ -,  $C$  - режимів обробки та по запізненні фази в точці  $x = 0,1\text{ мм}$  для надшвидкісної обробки, що зумовлювалось дуже швидким затуханням коливань в  $D$  - режимі.

Як видно з таблиці, швидкість поширення температурного імпульсу у зразку зменшується з зростанням швидкості термообробки на активній поверхні та дещо складно залежить від довжини зразка, особливо для граничних режимів обробки. Аналіз нестационарного поля температур в цих умовах показав певний конфлікт між вибраною точністю обчислень та одержаними результатами. Можливо, вибрана ідеалізація граничної умови на активній поверхні шляхом контролю температури не зовсім доречна. Тому, при дослідженні  $D$  – режиму обробки, перехід в якості граничних умов процесу до енергетичних потоків матиме перевагу.

Наглядне зображення хвильового процесу (миттєвий розподіл температури уздовж всього зразка) найбільш виразно проявляється при граничних температурах на активній поверхні. Представлення температурних полів поверхневого шару зразка для крайніх точок нагріву і охолодження активної поверхні підвело до ідеї графічного зображення області зміни температури в зразку при різних швидкостях нагрівання та охолодження (поля термоциклирования).



**Рис. 1.** Відхилення температури  $v(1,t)$ , миттєве рівноважне  $u(1,t)$  та результуюче  $T(1,t)$  коливання температури в  $D$ -точці зразка  $l_4 = 20$  мм в умовах  $C$ -режиму обробки;  $T(0,t)$  - вихідні коливання температури на активній поверхні зразка.



**Рис. 2.** Відхилення температури  $v(3,t)$ , миттєве рівноважне  $u(3,t)$  та результуюче  $T(3,t)$  коливання температури в  $M$ -точці зразка  $l_4 = 20$  мм в умовах  $C$ -режиму обробки;  $T(0,t)$  - вихідні коливання температури на активній поверхні зразка.

Для знаходження вказаної області в зразку виділялись кілька характерних точок: точка активної поверхні,  $D$ -точка,  $M$ -точка та інші, - в яких, у відповідності до швидкості теплової дії, знаходився розмах коливань (верхнє та нижнє значення

температури). Значення граничних температур для заданих точок з'єднувались неперервними лініями, які і формували поле зміни температури в зразку для даної швидкості термообробки.

На рис. 3 приведені всі поля термоцилювання

Таблиця

Параметри температурних хвиль в зразках в залежності від режиму обробки

Режим обробки	Зразок $l_1 = 2$ мм		Зразок $l_2 = 5$ мм		Зразок $l_3 = 10$ мм		Зразок $l_4 = 20$ мм	
	$c$ , мм/с	$\lambda$ , мм	$c$ , мм/с	$\lambda$ , мм	$c$ , мм/с	$\lambda$ , мм	$c$ , мм/с	$\lambda$ , мм
A	5,88	2350	3,13	1250	1,80	720	0,96	384
B	13,7	54,8	5,13	20,5	4,33	17,3	4,33	17,3
C	16,1	6,44	13,3	5,32	13,3	5,32	13,3	5,32
D	$\approx 300$	$\approx 0,1$	$\approx 300$	$\approx 0,1$	$\approx 500$	$\approx 0,2$	$\approx 500$	$\approx 0,2$

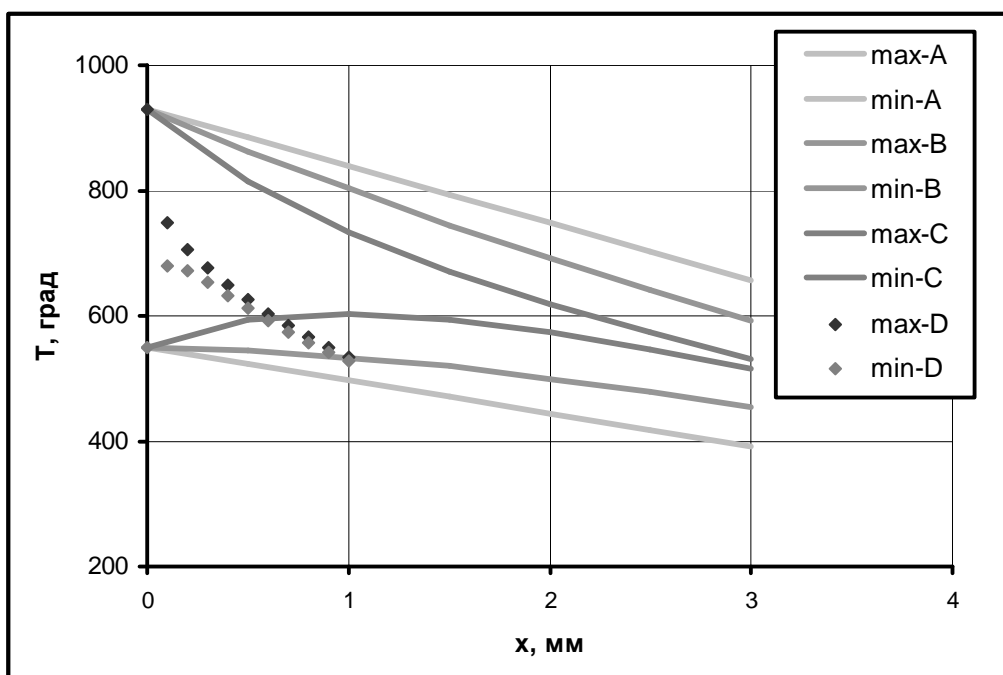


Рис. 3. Поля термоциклювання поверхневого шару зразка  $l_3 = 10$  мм в умовах A-, B-, C- та D-режимів обробки.

поверхневого шару зразка  $l_3 = 10$  мм в умовах достатньої стабілізації процесу теплової дії (1 цикл A-режиму, 24 цикл B-режиму, 48 цикл C-режиму, 101 цикл D-режиму), коли відбувається вирівнювання фонові температури кожного циклу з середньою рівноважною температурою уздовж зразка.

Як впливає з рис. 3, відбувається різке звуження поля термоциклювання в напрямку до поверхні енергетичної дії при збільшенні частоти дії. Так циклічна дія A-режиму практично не затухає в поверхневому шарі, для B-режиму температурні коливання також достатньо ефективні, у випадку C-режиму поле термоциклювання стягується до 1-2 мм, а для надшвидкісної температурної дії (D-режиму) вияв температурних коливань обмежується глибиною  $\approx 0,1$  мм.

Для всіх зразків був проаналізований характер затухання амплітуд температурного імпульсу у поверхневому шарі. Для проміжних (B-, C-) режимів обробки не залежно від довжини зразків амплітуда температурних коливань A точно відповідає співвідношенню

$$A = A_0 e^{-bx}, \quad (8)$$

де  $x$  – віддалення від активної поверхні в глибину

зразка,  $A_0$  – амплітуда коливань температури на поверхні. Коефіцієнт затухання  $\beta$  приймав значення 0,3 та 1  $\text{мм}^{-1}$  відповідно для B – та C – режимів. Для граничних режимів обробки спостерігались відхилення від вказаної закономірності. Так для найбільш рівноважного режиму (A) відбувається розширення коефіцієнта  $\beta$  від 0,05 до 0,7  $\text{мм}^{-1}$  у напрямку зменшення довжини зразка, що прогнозовано обумовлюється схемою дослідження. Для найбільш швидкої обробки (D-режим) спостерігається значне зростання зі зменшенням довжини зразків коефіцієнта  $\beta$  від 2,4 до 34  $\text{мм}^{-1}$  з суттєвими відхиленнями від закономірності (8), особливо для тонких зразків.

Порівнюючи результати дослідження з розв'язком задачі Фур'є для напівпростору без початкових умов [4, с. 178], було встановлено високе співпадіння і коефіцієнтів затухання  $\beta$ , і швидкостей температурних хвиль  $c$  та їх довжин  $\lambda$ , що принципово. Розходження виявлялись у граничних режимах обробки, коли загострювались протиріччя між високою нерівноважністю процесу, новими крайовими умовами та недостатньою точністю чисельного експерименту.

На рис. 4 а та рис. 4 б для наглядного зображення

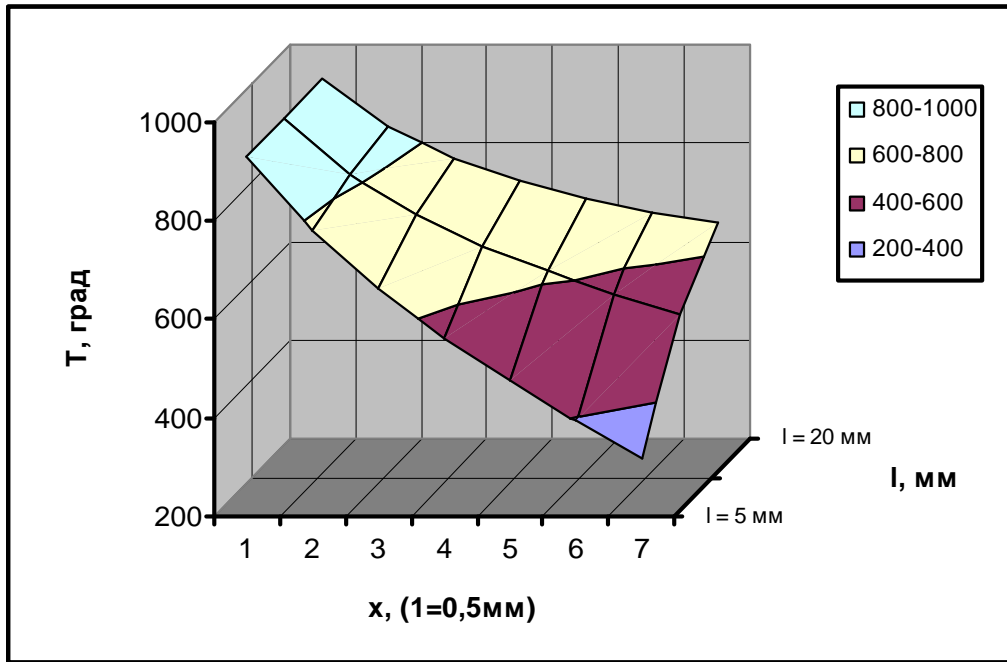


Рис. 4 а. Верхня границя поля термоцикування поверхнього шару зразків  $l_2 = 5 \text{ мм}$ ,  $l_3 = 10 \text{ мм}$ ,  $l_4 = 20 \text{ мм}$  в умовах С-режиму обробки.

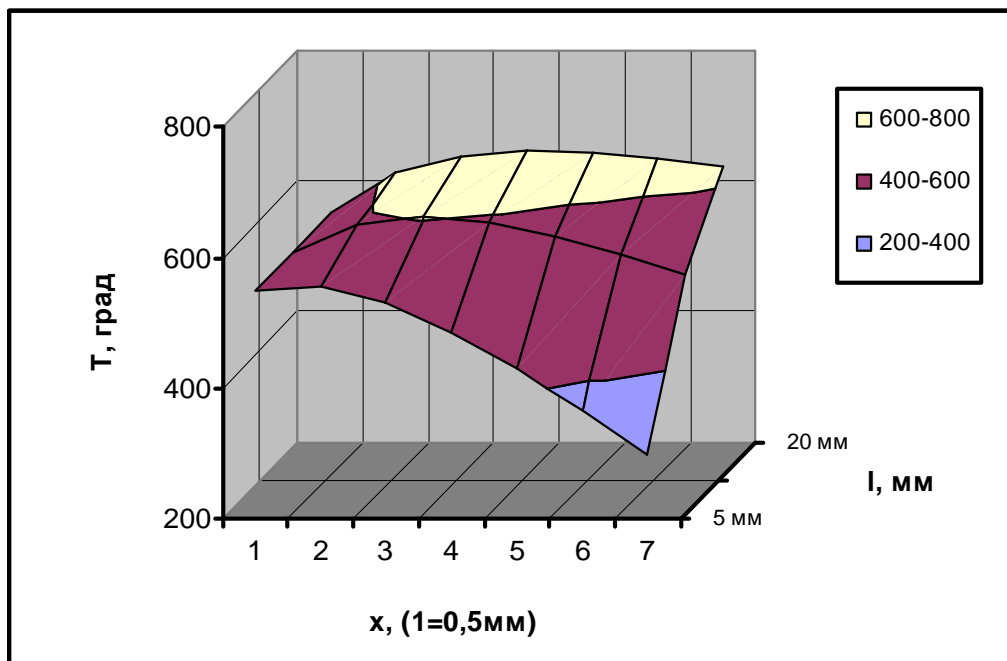


Рис. 4 б. Нижня границя поля термоцикування поверхнього шару зразків  $l_2 = 5 \text{ мм}$ ,  $l_3 = 10 \text{ мм}$ ,  $l_4 = 20 \text{ мм}$  в умовах С-режиму обробки.

переходу поля температур в базових зразках  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ , при періодичній енергетичній дії на їх активну поверхню в С-режимі, показані поверхні максимальних та мінімальних температур в зразках в залежності від відстані до площини енергетичної дії і довжини досліджуваних зразків. Наведені поверхні обмежують реальне поле температур, що відтворюється в поверхневому шарі зразків в швидкісних умовах термоцикування.

## Висновки

Аналіз нестационарного поля температур в умовах періодичної енергетичної дії на поверхню металу показав утворення в поверхневому шарі металу температурних хвиль. Швидкість і характер затухання збурень температури визначаються природою металу та швидкістю термообробки поверхні. Довжина зразків в поєднанні з граничними умовами підкладки відіграє другорядну роль. Для швидкісних режимів періодичної енергетичної

обробки глибина поширення температурних збурень в металі (низьковуглецева сталь) складає  $\approx 0,1$  мм.

Одержані результати дозволяють прогнозувати поле температур в широкому діапазоні швидкостей періодичної енергетичної обробки поверхні низьковуглецевої сталі з метою надання поверхневому шару металу бажаних фізичних властивостей.

**Цоцко В.І.** – старший викладач кафедри фізики та матеріалознавства;

**Спиридонова І.М.** – доктор технічних наук, професор, завідувач відділом динамічної металофізики;

**Пелешенко Б.Г.** – кандидат фізико-математичних наук, професор кафедри вищої математики.

- [1] В.В. Статура, А.Е. Михеев, А.В. Гирн, С.С. Ивасев. Упрочнение стальных поверхностей электрической дугой. // *Физика и химия обработки материалов*, (2), сс. 88-90 (2003).
- [2] С.Б. Агеенко, Л.Е. Горелкова, В.А. Приходченко, М.В. Орлов. Влияние циклической электротермической обработки на свойства сварного соединения вал-турбоколесо из сталей 40Х и 40Г со сплавом СЖЛ-800. // *Оборудование и технологии термической обработки металлов и сплавов. Сборник докладов 6-й Международной конференции. Раздел II. Технологии термической и термомеханической обработки.* Харьков, 2005. С. 127-128.
- [3] А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. *Уравнения математической физики.* Наука. М. 736 с. (1972).
- [4] Д.В. Сивухин. *Общий курс физики. Термодинамика и молекулярная физика.* Наука. М. 552 с. (1979).
- [5] В.И. Цоцко, А.И. Денисенко. Температурные характеристики поверхностного слоя низкоуглеродистых сталей в условиях линейного нагрева поверхности. // *Вісник Дніпропетровського національного університету*, (2/2), сс. 72-77 (2004).
- [6] В.І. Цоцко, І.М. Спиридонова, Б.Г. Пелешенко, О.І. Денисенко. Розподіл температури одновимірного зразка в умовах місцевої термообробки // *Фізика і хімія твердого тіла*, 9(1), сс. 181-184 (2008).
- [7] А.И. Денисенко, В.И. Цоцко, И.М. Спиридонова, Б.И. Пелешенко. Аналитическое моделирование температурного поля одномерного образца в условиях местной термообработки. // *Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць*. 2 (3), (56). Дніпропетровськ., сс. 22-29 (2008).
- [8] В.И. Цоцко, А.И. Денисенко, И.М. Спиридонова, Б.И. Пелешенко. Аналитическое моделирование поля температур одномерного образца в условиях местной термоциклирующей обработки. // *Наукові вісті. Сучасні проблеми металургії*, (10), Дніпропетровськ: “Системні технології”, 198 с. сс. 170-178 (2007).
- [9] И.Н. Кидин, Е.В. Астафьев, Е.С. Акопов. Структурное состояние стали после циклической электротермообработки // *Изв. вузов. Черная металлургия*, (11), сс. 142-146 (1974).
- [10] А.Г. Руденко и др. Поведение стали 1Х18Н9Т при термоциклировании. // *Изв. АН СССР. Мет.* (6), сс. 137-141. 1982.
- [11] В.С. Биронт, Н.Г. Носовец, О.Н. Комендоровская. Термоциклическая обработка доэвтектоидной стали. // *Термоцикл. обраб. метал. изделий*. сс. 68-71 (1982).

V.I. Tsotsko<sup>1</sup>, I.M. Spiridonova<sup>2</sup>, B.I. Peleshenko<sup>1</sup>

## Formation of Thermal Waves in Periodic Energy of the Surface Metal

<sup>1</sup>Dnepropetrovsk State Agrarian University, Voroshylova Str., Dnipropetrovsk, 49600, Ukraine

<sup>2</sup>Dnepropetrovsk National University, Naukovy Side Str., 13, Dnipropetrovsk, 49050, Ukraine

E-mail: [Tsotskovictory@mail.ru](mailto:Tsotskovictory@mail.ru)

In the periodic energy impact on the metal surface is analytically investigated unsteady temperature field in the metal. For example, low-carbon steel showed the formation of a surface layer of the metal temperature waves. The parameters of the wave process. The study can be used for thermal cycling and processing for the diffusion saturation of metal surfaces by alloying elements.

**Key words:** temperature field, temperature fluctuations, temperature wave, thermal cycling.