

Л.Г. Ільченко¹, В.В. Ільченко², В.В. Лобанов¹
**Формування потенціального бар'єру між двома близько
розділеними нанорозмірними плівками металу**

¹Інститут хімії поверхні ім. О.О.Чуйка НАН України, вул.Генерала Наумова 17, Київ, 03164, Україна

²Київський університет ім. Тараса Шевченка, Радіофізичний ф-т, вул.Володимирська 64, Київ, 02033, Україна
e-mail: yai@rpd.univ.kiev.ua, тел. (044) 424 94 72

В даній роботі в межах нелокальної електростатики теоретично розраховано потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ в системі двох, розділених вакуумним проміжком $S < 50 \text{ \AA}$, нанорозмірних плівок металу з розмірно квантованим (РК) спектром електронів.

Показано, що висота потенціального бар'єру, сформованого $V_j^0(x)$ в вакуумній щілині, зменшується зі зменшенням S і є немонотонною (квазіосцилюючою) функцією товщини кожної з двох РК плівок металу.

Стаття постуила до редакції 15.06.2009; прийнята до друку 15.03.2010.

Вступ

Перенесення зарядів між близько розділеними вакуумним проміжком нанорозмірними структурами металів (напівметалів або вироджених напівпровідників) (квантові точки, квантові ями, надтонкі плівки) з розмірно квантованим спектром електронів є однією з найбільш актуальних задач вакуумної наноелектроніки.

Відомо, що об'ємні характеристики просторово обмежених структур, такі як енергія споріднення ϵ_N , енергія Фермі E_F^N , робота виходу j_N та ін., суттєво відрізняються від відповідних характеристик необмежених структур завдяки ефекту розмірного квантування [1-3]. Для металевих плівок товщиною L_i з врахуванням умови дзеркального відбиття електронів від нескінченно високих бар'єрів на межах розподілу енергетичний спектр електронів має наступний вигляд

$$E_{n_i}(q) = \frac{\hbar^2 q^2}{2m_i^*} + \frac{p^2 \hbar^2 n_i^2}{2m_i^* L_i^2}, \quad n_i = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

де m_i^* – ефективна маса електронів, $q = \{q_y, q_z\}$ – хвильовий вектор і n_i – енергетичний квантовий номер в кожній РК плівці товщиною L_i ($i = 1, 2, 3, \dots$).

В даній роботі на основі методу функцій Гріна нелокального рівняння Пуассона [3-5] в довгохвильовому наближенні Томаса-Фермі (НТФ), розраховано потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ в несиметричній системі двох надтонких

(нанорозмірних) плівок металу (напівметалу або виродженого напівпровідника) товщиною L_i ($i = 1, 2$), розділених надтонкою вакуумною щілиною товщиною $S < 50 \text{ \AA}$. Показано, що коректне врахування ефектів просторової дисперсії в функціях діелектричної проникності $\epsilon_i(k)$ для РК плівок металу в НТФ забезпечує неперервність потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ на межах поділу та єдиний (вакуумний) рівень відрахунку енергії.

Встановлено, що у вакуумній щілині між РК плівками металу формується потенціальний бар'єр $V_{\text{вак}}^0(x, L_1, L_2)$, висота якого збільшується зі збільшенням вакуумного проміжку S [3,5]. Форма та висота бар'єру $V_{\text{вак}}^0(x, L_1, L_2)$ визначаються як електронною структурою металу, так і товщиною L_i РК плівок. Висота бар'єру в вакуумному проміжку S є немонотонною функцією товщини L_i кожної РК плівки металу.

І. Теорія

Вирішення задачі про розрахунок потенціалу точкового заряду e відносно спільного (вакуумного) рівня відрахунку енергії для трьохшарової системи ($j = 1, 2, 3$) було знайдено в рамках методу функцій Гріна нелокального рівняння Пуассона в роботах [3-5].

Визначимо вплив РК в кожній з нанорозмірних РК плівок металу на формування потенціального бар'єру між ними в НТФ, коли радіус екранування вільними електронами в кожній з РК плівок металу має наступний вигляд [1-3]

$$k_{N_i} = [4N_i/L_i \cdot (a_0^*)_i]^{1/2}, \quad (2)$$

де $(a_0^*)_i = \hbar^2/m_i^*e^2$ – ефективний борівський радіус, m_i^* – ефективна маса вільних електронів і N_i – число заповнених енергетичних підзон, яке залежить від концентрації електронів n_i і товщини плівки L_i та визначається наступним рівнянням $N_i(N_i - 1)(4N_i + 1) < 12n_i L_i^3/p < N_i(N_i + 1)(4N_i + 5)$. (3) N_i змінюється від 1 до ∞ при збільшенні товщини плівок L_i .

У випадку товстих плівок металу, коли $L_i \rightarrow \infty$, для постійної екранування та об'ємних характеристик напівобмежених металів ($i=1,2$) маємо наступні співвідношення

$$k_{N_i} \rightarrow k_i, \quad c_{N_i} \rightarrow c_i, \quad E_F^{N_i} \rightarrow E_F^i, \quad j_{N_i} \rightarrow j_i, \quad (4)$$

де $k_i = (6pe^2n_i/E_F^i)^{1/2}$ – постійна екранування Томаса-Фермі для напівобмеженого металу, n_i – концентрація, $E_F^i = \hbar^2(3p^2n_i)^{2/3}/2m_i^*$ – енергія Фермі, c_i – енергія споріднення та j_i – робота виходу [1-3].

На рис. 1 показані залежності основних об'ємних характеристик РК плівок: енергії електронного споріднення – c_{N_i} , енергії Фермі – $E_F^{N_i}$ та роботи виходу – j_{N_i} від товщини плівок L_i , порашовані в НТФ для двох плівок металу ($i=2$) з роботою виходу $j_1=j_2=4.6eV$ при $L_{1,2} \rightarrow \infty$ та різними концентраціями електронів n_1 і n_2 та їх ефективними масами m_1^* і m_2^* .

З рис. 1 видно, що при збільшенні товщини L_i РК плівок металів (напівметалів або вироджених напівпровідників) енергія електронного споріднення – c_{N_i} , енергія Фермі – $E_F^{N_i}$ та робота виходу – j_{N_i} мають немонотонний характер і осцилюють навколо їх об'ємних значень, коли $L_i \rightarrow \infty$ (відповідні штрихові та штрих-пунктирні прямі) [1-3].

При розрахунках переносу заряду між двома напівобмеженими металами (напівметалами або виродженими напівпровідниками) з роботами виходу j_1 та j_2 , розділених вакуумним проміжком $0 \leq S \leq \infty$, одним з базових параметрів є контактна різниця потенціалів $\Delta\Phi = j_1 - j_2$. У випадку однакових робіт виходу, коли $j_1 = j_2$ (див. рис. 1), $\Delta\Phi = 0$. Якщо вакуумним проміжком $0 \leq S \leq \infty$ розділені дві плівки металу з РК спектром електронів (1) контактна різниця потенціалів має немонотонну залежність від товщини кожної з металевих плівок $\Delta\Phi = f_1(L_i)$, так що і $\Delta\Phi = j_{N_1} - j_{N_2} \neq 0$.

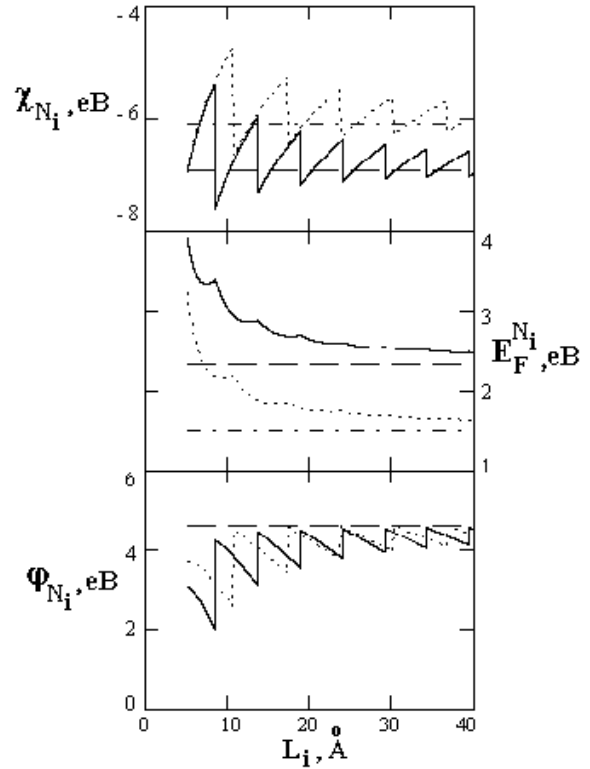


Рис. 1. Суцільні криві - залежність c_{N_i} , $E_F^{N_i}$ та j_{N_i} від товщини плівки L_i : $j_1 = 4.6eV$ та $n_1 = 8 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ і $m_1^* = 0.6263m_0$. Відповідні штрихові прямі – значення c_1 , E_F^1 та j_1 для напівобмеженого металу, коли $L_1 \rightarrow \infty$. Точкові криві – залежність c_{N_2} , $E_F^{N_2}$ та j_{N_2} від товщини плівки L_2 : $j_2 = 4.6eV$ та $n_2 = 4 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ і $m_2^* = 0.6124m_0$. Відповідні штрих-пунктирні прямі - значення c_2 , E_F^2 та j_2 для напівобмеженого металу, коли $L_2 \rightarrow \infty$

Визначимо розподіл потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ між двома плівками металу, які розділені вакуумним проміжком $0 \leq x \leq S$ з діелектричною функцією $\epsilon_1(k)$ в області $x \leq 0$ та з діелектричною функцією $\epsilon_3(k)$ в області $x \geq S$, враховуючи можливість зміни енергетичного спектру електронів (1) при зменшенні товщини L_i плівок металу.

Потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ в трьохшаруватій структурі ($j=1,2,3$), що складається з двох плівок металу, які розділені вакуумним проміжком $0 \leq x \leq S$ згідно роботам [3-5] визначається наступним рівнянням

$$V_j^0(x) = -e^2 \int_0^\infty q dq \cdot \left[D_j^0(q; x) + \frac{1}{2q} \right], \quad (5)$$

де $q = \{q_y, q_z\}$ – двовимірний компонент хвильового вектора, а $D_j^0(q; x)$ – функція Гріна поздовжнього кулонівського поля в кожному з трьох середовищ,

яка при умові дзеркального відображення електронів від меж поділу визначена в роботах [3-5].

Просторову дисперсію в діелектричних функціях двох напівобмежених металів $\mathbf{e}_{1,2}(\mathbf{k})$ врахуємо в НТФ, в якому $\mathbf{e}_{1,3}(\mathbf{k})$ мають наступний вигляд

$$\mathbf{e}_{1,2}(\mathbf{k}) = 1 + \frac{k_{1,2}^2}{k^2}, \quad k = \{k_{\perp}, q\}. \quad (6)$$

У випадку нанорозмірних плівок металу, коли при зменшенні їх товщини L_j енергетичний спектр електронів стає РК (1), для діелектричних функцій $\mathbf{e}_{1,2}^{N_i}(\mathbf{k})$ в НТФ маємо наступне рівняння

$$\mathbf{e}_{1,2}^{N_i}(\mathbf{k}) = 1 + \frac{k_{N_i}^2(q)}{q^2 + k_{\perp}^2}. \quad (7)$$

Враховуючи неперервність потенціалу і нормальної компоненти вектора електростатичної

індукції на межах поділу функції Гріна $D_j^0(q; x, x)$ в кожному з трьох середовищ мають наступний вигляд [3-5] ($j=1$ відповідає області $-L_1 \leq x \leq 0$, $j=2$ – вакуумний проміжок $0 \leq x \leq S$ та $j=3$ відповідає області $S \geq x \geq S + L_2$)

$$D_1^0(q; x, x) = \frac{a_1^2(q; x)}{B(q)} [a_s(q; 0) + a_A(q; 0) + 2a_3(q; S)] - \frac{1}{2} [a_1(q; 0) + a_1(q; 2x)]; \quad (-L_1 \leq x \leq 0), \quad (8)$$

$$D_3^0(q; x, x) = \frac{a_3^2(q; x)}{B(q)} [a_s(q; 0) + a_A(q; 0) + 2a_1(q; 0)] - \frac{1}{2} [a_3(q; 0) + a_3(q; 2x)] \quad (x \geq S) \quad (9)$$

Якщо заряд знаходиться всередині вакуумної щілини, отримуємо

$$D_2^0(q; x, x) = \frac{1}{2B(q)} \{ a_s(q; x) [(a_s(q; x) + a_A(q; x)) \cdot (a_A(q; 0) + a_3(q; S)) + (a_s(q; x) - a_A(q; x)) \cdot (a_A(q; 0) + a_1(q; 0))] - a_A(q; x) [(a_s(q; x) + a_A(q; x)) \cdot (a_s(q; 0) + a_3(q; S)) + (a_s(q; x) - a_A(q; x)) \cdot (a_s(q; 0) + a_1(q; 0))] \} - \frac{1}{2} [a_s(q; 0) + a_s(q; 2x) + a_A(q; 0) + a_A(q; 2x)]; \quad (S \geq x \geq S + L_2). \quad (10)$$

Тут

$$B(q) = [a_s(q; 0) + a_1(q; 0)] \cdot [a_A(q; 0) + a_3(q; S)] + [a_s(q; 0) + a_3(q; S)] \cdot [a_A(q; 0) + a_1(q; 0)] \quad (11)$$

$$a_1(q; x) = \frac{\exp[-|x| \cdot \sqrt{q^2 + k_{N_1}^2}]}{\sqrt{q^2 + k_{N_1}^2}}; \quad a_3(q; L) = \frac{\exp[-(x-S) \sqrt{q^2 + k_{N_2}^2}]}{\sqrt{q^2 + k_{N_2}^2}}; \quad (12)$$

$$a_s(q; x) = \frac{1}{q} \cdot \frac{\cosh\left[\left(\frac{S}{2} - x\right) \cdot q\right]}{\sinh\left(\frac{S}{2} \cdot q\right)}; \quad a_A(q; x) = \frac{1}{q} \cdot \frac{\sinh\left[\left(\frac{S}{2} - x\right) \cdot q\right]}{\cosh\left(\frac{S}{2} \cdot q\right)}. \quad (13)$$

Коли товщина вакуумної щілини між двома РК плівками збільшується $S \rightarrow \infty$ (реально $S \gg 50 \text{ \AA}$) тоді систему РК плівка - вакуум - РК плівка можна розглядати як дві незалежні системи РК плівка-вакуум, а при $L_{1,2} \rightarrow \infty$ система РК плівка-вакуум-РК плівка переходить в систему двох напівобмежених металів, розділених надтонкою вакуумною щілиною (4).

II. Результати

Розглянемо формування потенціального бар'єру в симетричній системі двох РК плівок металу однакової товщини $L_1 = L_2$ та з однаковими об'ємними параметрами: $j_1 = j_2$, $n_1 = n_2$ і $m_1^* = m_2^*$, розділених вакуумним проміжком S .

Підставляючи (12), (13) в (11) та (8)-(10), а потім в (5), розрахуємо розподіл потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ в розглядуваній системі, який суцільною кривою показаний на рис.2. Для порівняння на рис.2 точковою кривою показано розрахований в межах нелокальної електростатики згідно роботі [4] розподіл $V_j^0(x)$ в системі двох напівобмежених металів, коли $L_1, L_2 \rightarrow \infty$, так що функції діелектричної проникності $\mathbf{e}_{1,3}(\mathbf{k})$ визначені рівнянням (6). На цьому малюнку штрих-пунктирною кривою показано розподіл $V_{cl}^0(x)$ всередині розділяючої два напівобмежені метали вакуумної щілини S , розрахований в межах класичної (локальної) електростатики згідно наступного рівняння [6]

$$V_{cl}^0(x) = -\frac{e^2}{2} \left\{ \frac{1}{2x} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{nS}{(nS)^2 - x^2} - \frac{1}{nS} \right] \right\}. \quad (14)$$

З рис. 2 видно, що, як і випадку двох напівобмежених металів (напівпровідників або діелектриків) [3-5,7], коректне врахування ефектів

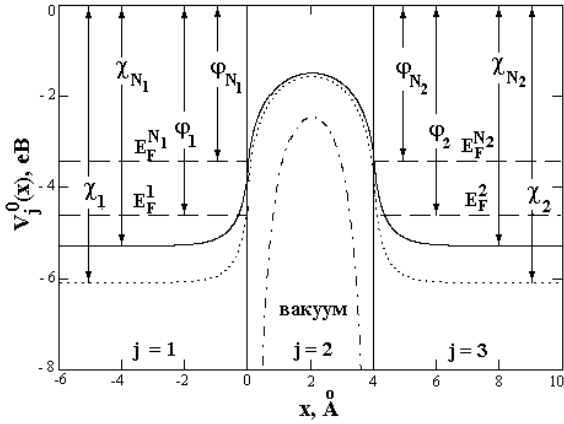


Рис. 2. Енергетична діаграма та розподіл $V_j^0(x)$ в симетричній системі двох РК металевих плівок, коли $L_1 = L_2 = 17 \text{ \AA}$, $j_1 = j_2 = 4.6 \text{ eV}$, $n_1 = n_2 = 4 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ і $m_1^* = m_2^* = 0.6124 m_0$ при $S = 4 \text{ \AA}$ – суцільна крива та при $L_1 = L_2 \rightarrow \infty$ – точкова крива. Штрих-пунктирна крива – потенціал сил зображення $V_{cl}^0(x)$, розрахований згідно (14).

просторової дисперсії в функціях діелектричної проникності (7) близько розділених РК плівок призводить до неперервності потенціалу, а зміна енергетичного спектру вільних електронів в металі (1) призводить не тільки до зміни об'ємних параметрів РК плівки (рис.1), але і до зміни розподілу $V_j^0(x)$ в середині вакуумної щілини.

Відомо, що в вакуумному проміжку S між напівобмеженими металами [4,5], діелектриками [7] або РК плівкою металу та напівобмеженого металу [3] потенціал сил зображення $V_j^0(x)$ формує потенціальний бар'єр, висота якого для симетричної системи визначається наступним рівнянням

$$h_{sym}(S) = j_{N_1, N_2} + V_2^0(S/2), \quad 0 < x < S. \quad (15)$$

$h_{sym}(S)$ збільшується зі збільшенням розділяючої відстані S .

На рис.3 показано, розрахований згідно рівняння (5) з врахуванням (10)-(13), розподіл $V_j^0(x)$ в вакуумній щілині між РК плівками металу однакової товщини $L_1 = L_2 = 31 \text{ \AA}$ (суцільні криві) та $L_1 = L_2 = 17 \text{ \AA}$ (точкові криві) при зміні вакуумного проміжку S між ними.

З рис. 3 бачимо, що розподіл потенціалу сил

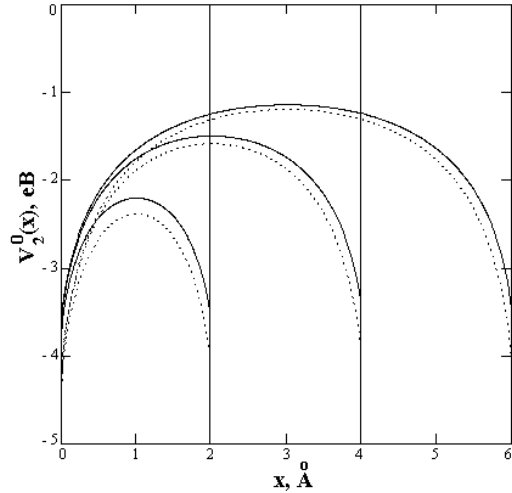


Рис. 3. Зміна потенціального бар'єру $V_2^0(x)$ в вакуумній щілині S для симетричної системи двох РК металевих плівок з об'ємними параметрами: $j_1 = j_2 = 4.6 \text{ eV}$, $n_1 = n_2 = 4 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ і $m_1^* = m_2^* = 0.6124 m_0$ при зміні товщини щілини $S = 2 \text{ \AA}$, $S = 4 \text{ \AA}$ та $S = 6 \text{ \AA}$, коли $L_1 = L_2 = 31 \text{ \AA}$ (суцільні криві) та $L_1 = L_2 = 17 \text{ \AA}$ (точкові криві).

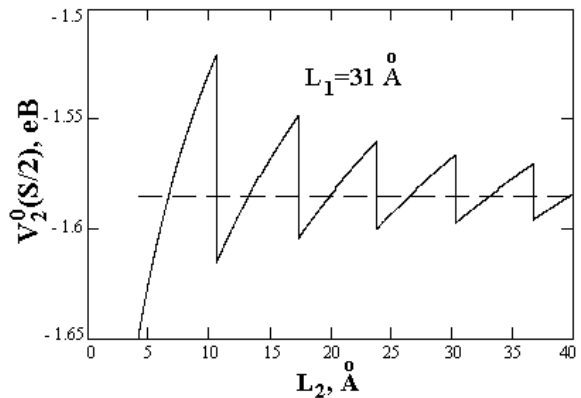


Рис. 4. Залежність $V_2^0(S/2)$ від товщини L_2 при $L_1 = 31 \text{ \AA}$ для симетричної по об'ємним параметрам системи: $j_1 = j_2 = 4.6 \text{ eV}$, $n_1 = n_2 = 4 \cdot 10^{21} \text{ см}^{-3}$ і $m_1^* = m_2^* = 0.6124 m_0$, коли $S = 4 \text{ \AA}$. Штрихова пряма - значення $V_2^0(S/2)$ при $L_1, L_2 \rightarrow \infty$.

зображення в вакуумному проміжку $V_2^0(x)$ суттєво залежить від товщини L_i РК плівок металу, причому ця різниця збільшується зі зменшенням розділяючої їх відстані S .

Підставляючи (12), (13) в (11) та (10), а потім в (5), визначимо залежність висоти потенціального бар'єру $V_2^0(S/2)$ в симетричній по об'ємним властивостям системі двох РК плівок при зміні товщини L_2 однієї з них при фіксованій товщині L_1 іншої. На рис.4 показано залежність $V_2^0(S/2)$ від L_2

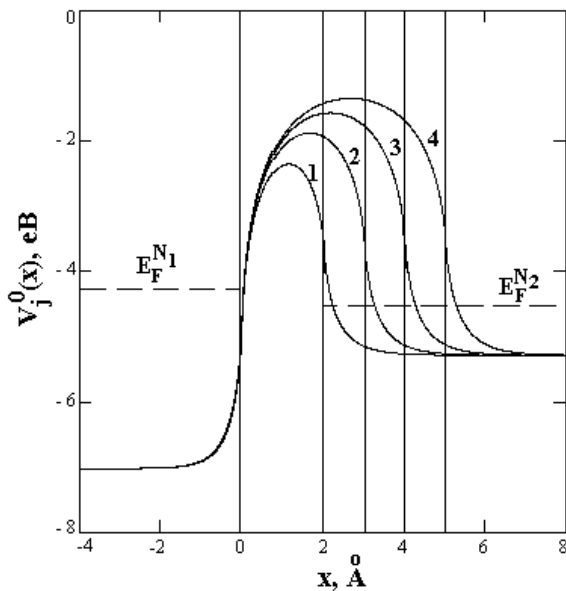


Рис. 5. Розподіл $V_j^0(x)$ в несиметричній системі двох РК металевих плівок товщиною $L_1 = 31 \text{ \AA}$ та $L_2 = 17 \text{ \AA}$ з різними об'ємними параметрами: $j_1 = 4.8 \text{ eV}$, $n_1 = 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ і $m_1^* = 0.6581 m_0$ для першої та $j_2 = 4.6 \text{ eV}$, $n_2 = 4 \cdot 10^{21} \text{ cm}^{-3}$ і $m_2^* = 0.6124 m_0$ для другої РК плівки при зміні розділяючої їх вакуумної відстані $S = 2 \text{ \AA}$ – рива 1; $S = 3 \text{ \AA}$ – крива 2; $S = 4 \text{ \AA}$ – крива 3 та $S = 5 \text{ \AA}$ – крива 4.

при $L_1 = 31 \text{ \AA}$, коли товщина вакуумної щілини між РК плівками $S = 4 \text{ \AA}$.

Як бачимо з наведених вище малюнків, для симетричної системи двох нанорозмірних плівок металу з РК спектром електронів (1) потенціал сил зображення в вакуумній щілині між ними формує потенціальний бар'єр $V_2^0(x)$, який є немонотонною (квазіосцилюючою) функцією товщини L_i кожної з двох РК металевих плівок.

Визначимо розподіл $V_j^0(x)$ в несиметричній по об'ємним властивостям системі двох РК плівок різної товщини $L_1 = 31 \text{ \AA}$ та $L_2 = 17 \text{ \AA}$. Одержані на основі запропонованої моделі розрахунки $V_j^0(x)$ представлені на рис.5 суцільними кривими.

З рис.5 видно, що потенціал сил зображення

нціального бар'єру...

$V_j^0(x)$ неперервний на межах розподілу ($x=0$ і $x=S$) та має асиметричну форму. Висота потенціального бар'єру, сформованого в вакуумній щілині, визначається відносно Фермі рівня однієї з РК плівок (для прикладу j_{N_1}) і має наступний вигляд

$$h_{asym}(S) = j_{N_1} + \max\{V_2^0(x)\}, \quad 0 < x < S. \quad (16)$$

$h_{asym}(S)$ залежить від товщини L_i та об'ємних параметрів: j_i , n_i та m_i^* обох РК плівок і збільшується зі збільшенням товщини вакуумного проміжку S між ними.

Висновки

В рамках методу функцій Гріна нелокального рівняння Пуассона проведені теоретичні розрахунки потенціалу сил зображення $V_j^0(x)$ в системі двох нанорозмірних плівок металу з РК спектром електронів (1), які розділені надтонкою ($S < 50 \text{ \AA}$) вакуумною щілиною.

В даній роботі для симетричної та несиметричної по об'ємним параметрам систем РК плівок показано, що $V_j^0(x)$ є неперервним на межах поділу ($x=0$ і $x=S$), а висота потенціального бар'єру, сформованого потенціалом сил зображення $V_2^0(x)$ в вакуумній щілині, збільшується зі збільшенням розділяючої відстані S і є немонотонною функцією товщини L_i обох РК плівок металу, так що $h_{sym}(S), h_{asym}(S) = f_2(L_i)$.

Немонотонна залежність контактної різниці потенціалів $\Delta\Phi = f_1(L_i)$ та висоти потенціального бар'єру (15), (16) від товщини L_i нанорозмірних плівок металу (напівметалу чи виродженого напівпровідника), енергетичний спектр вільних носіїв в яких є розмірно квантованим (1), може впливати на макроскопічні параметри нанорозмірних структур, пов'язаних з переносом заряду між ними.

Ільченко Л.Г. – кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник;
Ільченко В.В. – доктор фізико-математичних наук, завідувач кафедри;
Лобанов В.В. – доктор хімічних наук, завідувач відділу.

- [1] L.G. P'chenko, Yu.V. Kryuchenko and V.G. Litovchenko. Electron field emission (FE) from quantum size systems // *Appl. Surf. Sci.*, **8788**, pp. 53-60 (1995).
- [2] Т.В. Горайчук, Л.Г. Ільченко, В.В. Ільченко. Розмірна залежність потенціалу сил зображення поблизу тонкої металевої плівки з розмірно-квантованим спектром електронів. *Радіофізика та електроніка // Вісник Київського університету*, (2), сс. 29-33 (2000).
- [3] L.G. P'chenko, T.V. Goraychuk. Image potential between closely separated quantum size film and metal // *Ultramicroscopy*, **95**, pp. 67-73 (2003).

- [4] L.G. Il'chenko, E.A. Pashitskii, Yu.A. Romanov. Charge interaction in layered systems with spatial dispersion // *Surf. Sci.*, **123**, pp. 375-395 (1982).
- [5] L.G. Il'chenko, T.V. Goraychuk. Role of the image forces potential in the formation of the potential barrier between closely spaced metals // *Surf. Sci.*, **478**, pp. 169-179 (2001).
- [6] W.R. Smythe. *Static and Dynamic Electricity*, McGraw-Hill, New York, (1953).
- [7] Т.В. Горайчук, Л.Г. Ільченко. Сили зображення між близько розділеними діелектриками // *Хімія, фізика та технологія поверхні*, (9), сс. 11-17 (2003).

L.G. Il'chenko¹, V.V. Il'chenko², V.V. Lobanov¹

Forming a Potential Barrier Between Two Closely Separated Nanoscaled Metal Films

¹*Chuiko Institute of Surface Chemistry of NAS of Ukraine, 17 General Naumov Street, 03164 Kyiv, Ukraine*

²*Taras Shevchenko Kyiv National University, Radiophysics department, 64 Volodymyrska Street, 02033 Kyiv, Ukraine
e-mail: vai@rpd.univ.kiev.ua, tel. 0 (44) 4249472*

In this work, the potential of image forces $V_f^0(x)$ in the system of two nanoscaled metal films separated by a vacuum space $S < 50 \text{ \AA}$ with an uniformly quantified (UQ) electron spectrum has been calculated theoretically within the frameworks of non-local electrostatics.

The height of the potential barrier formed by the $V_f^0(x)$ within the vacuum gap has been shown to decrease with diminishing S and to be a non-monotone (quasi-oscillating) function of the thicknesses of each of two UQ metal films.