ФІЗИКА І ХІМІЯ ТВЕРДОГО ТІЛА
Т. 10, № 2 (2009) С. 423-439

PHYSICS AND CHEMISTRY OF SOLID STATE
V. 10, № 2 (2009) P. 423-439

УДК 517.8:519.24:001.89:621.891

ISSN 1729-4428

Г.О. Сіренко[1], О.В. Кузишин[1], О.Г. Сіренко[2], Л.Я. Мідак[1], Л.М. Солтис[1]

Методи оцінок впливу факторів на функції відгуку та процедури відсіювання параметрів оптимізації при вирішенні багатопараметричних завдань у матеріалознавстві

1Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
вул. Шевченка, 57, м. Івано-Франківськ, 76025, Україна
2Національний ботанічний сад ім. М.М. Гришка Національної Академії Наук України,
вул. Тімірязєвська, 1, Київ, 01014, Україна

У роботі на мікромоделі «чорної скриньки» досліджується уявний процес покриття шорсткої поверхні підкладки складним вихідним складом речовин. Показано залежність складу покриття, висоти виступу мікронерівності та його діаметру над середньою поверхнею покриття, бонітету, показної площі та віку мікронерівностей від експозиції та стрімкості схилу, висоти над підкладкою та типу ансамблів мікронерівностей покриття. За допомогою теорії ґрафів складено мажорантні ряди функцій відгуку, що дозволило зменшити їх кількість при вирішенні оптимізаційного завдання.

Ключові слова: мікромодель, макромодель, покриття, підкладка, шорсткість поверхні, мікронерівність, кореляція, ґраф, мажорантний ряд.

Стаття поступила до редакції 20.01.2009; прийнята до друку 15.03.2009 .

Вступ

Розглянемо уявний процес покриття шорсткої поверхні підкладки, наприклад, вуглецевих волокон $Cu^o + Cu_2O$ з розчину $CuSO_4 + H_2SO_4$ при додаванні Zn^o [1]; вуглецевих волокон піровуглецем з ґазової фази CH_4 при 800-1400^{o}C [2]; вирощуванням ниткових кристалів TiO_2, Si_3N_4, AlN на твердих поверхнях з ґазової фази, осадження їх з аерозолю або суспензії в розчині, методами напилення або електрофорезом (процес віскеризації) [3]; осадження фулеритних плівок С60 на поверхні підкладок Si або GaAs методом термічного випаровування у вакуумі [4]; хімічною обробкою електролітом $HF+H_2O+HCl+C_2H_5OH$ монокристалічного Si, леґованого B, для отримання поверхні у вигляді поруватого кремнію [5] тощо. Сам процес і характеристики покриття визначаються багатьма параметрами. Морфологія поверхні покриття є анізотропною шорсткою [4,5], яку можна змоделювати випадковим полем. Товщини покриття на підкладках коливаються в межах 100-2000 нм [4,5]. Осаджені плівки, як правило, не є однорідні: окрім основної речовини, осаджуються інші і т. ін.

Мета роботи полягала у дослідженні уявного процесу осадження речовини на шорстку поверхню підкладки і утворення покриття зі змішаним складом речовин і шорсткою поверхнею з метою пошуку методів оцінки впливу факторів на функції відгуку, які характеризують властивості покриття, та процедури відсіювання параметрів оптимізації (функцій цілі) при вирішенні багатопараметричних завдань.

I. Експериментальна частина

1.1. Об'єкт дослідження

1. Фізичною макромоделлю мікрооб'єкта (покриття) дослідження була поверхня [6,7]. Модель характеризувалась функціями відгуку (цілі) y_1, …,y_7, які залежали від факторів x_1, …, x_4. За принципом аналогій були означені функції відгуку і фактори для мікрооб'єкту (покриття).

2. Розглянемо математичну модель експерименту у вигляді «чорної скриньки» [8] експериментального об'єкта дослідження (рис. 1). На рис. 1: **X** [x_1, x_2, x_3, x_4] – матриця контрольованих та керованих факторів (вхідні змінні), зміна яких відбивається на функції відгуку **Y** [y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7]; **K** [k_1, k_2, …, k_m] – матриця некерованих, але контрольованих змінних; **Z** [z_1, z_2, …, z_n] – матриця неконтрольованих та некерованих змінних (частіше **K** і **Z** впливають на **Y** випадковим чином).

1.2. Піддавали статистичній обробці за [8-22] такі показники покриття на шорсткій поверхні:

а) **функції відгуку:**

y_1 – склад покриття (відсоток основної речовини), [%]: від 2 до 70 %;

y_2 – висота виступу мікронерівності над середньою площиною шорсткої поверхні [нм]: від 5 до 28 нм;

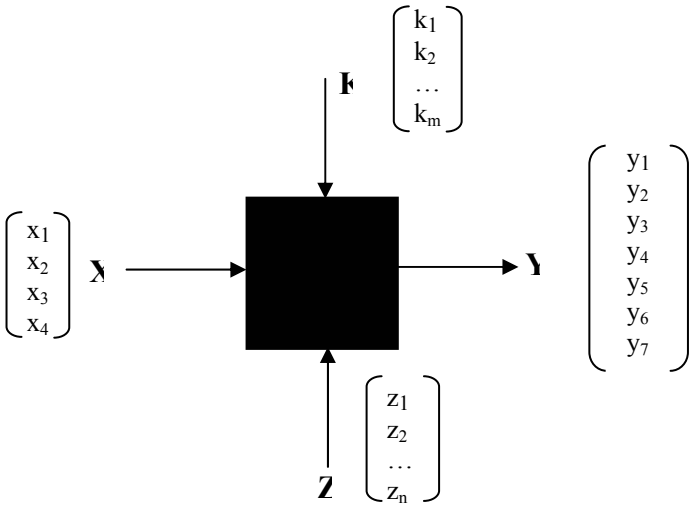

Рис. 1. Математична модель експерименту у вигляді «чорної скриньки»:
X – матриця вхідних змінних; **Y** – матриця функцій відгуку; **K**,
Z – матриці збурюючих [контрольованих, некерованих(**K**) та неконтрольованих, некерованих (**Z**)] змінних

Таблиця 1

Результати розрахунків вибіркових числових та групових характеристик функцій відгуку $\mathbf{y_i}$ та факторів $\mathbf{x_к}$

Функція	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	x_1	x_2	x_3	x_4
$\overline{x}$ [од.]	9,139	19,13	29,582	3,983	7,069	0,579	121,06	4,963	27,141	1304,5	2,136
S^2[од.²]	147,76	18,84	58,37	0,766	87,79	0,011	1490,2	4,22	43,85	17432,7	0,208
S[од.]	12,156	4,34	7,64	0,875	9,369	0,105	38,603	2,054	6,622	132,03	0,456
$\gamma = S/\overline{x}$,%	133,0	22,7	25,8	22,0	132,5	18,2	31,9	41,4	24,4	10,1	21,4
$S^2/\overline{x}$,[од.]	16,17	0,99	1,97	0,19	12,42	0,02	12,31	0,85	1,62	13,36	0,098
m_2[од.²]	147,5	18,73	58,01	0,758	87,63	0,011	$1{,}488\cdot10^3$	4,213	43,77	$17{,}4\cdot10^3$	0,208
m_3[од.³]	4571	-34,91	-216,2	-0,150	$3{,}51\cdot10^3$	-0,001	$-3{,}99\cdot10^4$	-3,243	3,893	$-8{,}9\cdot10^5$	0,059
m_4[од.⁴]	$22{,}9\cdot10^4$	1027	$10{,}3\cdot10^3$	1,111	$24{,}5\cdot10^4$	0,001	$62{,}98\cdot10^5$	37,80	$8{,}73\cdot10^3$	$13{,}35\cdot10^8$	0,192
as	2,552	-0,431	-0,489	-0,227	4,280	-0,513	-0,695	-0,375	0,013	-0,388	0,622
S_{as}	0,102	0,188	0,190	0,238	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102
$3S_{as}$	0,305	0,565	0,570	0,714	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305
ex	7,529	-0,071	0,061	-1,068	28,84	0,183	-0,154	-0,870	1,554	1,407	1,435
S_{ex}	0,203	0,370	0,373	0,462	0,203	0,203	0,203	0,203	0,203	0,203	0,203
$5S_{ex}$	1,013	1,850	1,866	2,309	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013	1,013
ξ_1	0,04	0,44	0,39	1,05	0,02	0,20	0,15	0,27	7,57	0,26	0,16
ξ_2	**0,12**	1,31	1,17	3,14	**0,07**	**0,60**	**0,44**	**0,81**	22,7	**0,79**	**0,49**
ξ_3	0,03	5,23	6,13	0,43	0,01	1,11	1,32	0,23	0,13	0,14	0,14
ξ_4	**0,13**	26,1	30,7	2,16	**0,04**	5,53	6,58	1,16	0,65	**0,72**	**0,71**

y_3 – діаметр мікронерівності в середній площині шорсткої поверхні [нм]: від 8 до 44 нм;

y_4 – бонітет (продуктивність процесу осадження за середнім діаметром і середньою висотою мікронерівностей на показній площі): 1; 2; 3; 4; 5 – клас поверхні покриття (клас 1 – поверхня покриття уявляє собою сукупність максимального середнього діаметра та максимальної середньої висоти мікронерівностей; …; клас 5 – поверхня покриття уявляє собою сукупність мінімального середнього діаметра та мінімальної середньої висоти мікронерівностей);

y_5 – показна площа покриття [мм^2]: від 0,2 до 97 мм^2;

y_6 – повнота (щільність) покриття [оцінка]: 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7; 0,8;

y_7 – вік мікронерівностей покриття (час від початку процесу осадження) [хв.]: від 15 до 200 хв.;

б) вхідні фактори:

x_1 – експозиція схилу мікронерівності, яка визначалась у цифрах від нульового напрямку орієнтації системи координат на поверхні покриття за напрямком годинникової стрілки: 1 – 0 (360) град.; 2 – 45 град.; 3 – 90 град.; 4 – 135 град.; 5 – 180 град.; 6 – 225 град.; 7 – 270 град.; 8 – 315 град;

x_2 – стрімкість (крутизна) схилу мікронерівності [град.]: від 5 до 60 град.;

x_3 – висота мікронерівності над підкладкою (товщина покриття) [нм]: від 700 до 1915 нм;

x_4 – тип ансамблю мікронерівностей [оцінка]: 1; 2; 3; 4.

1.3. Обсяг виборки (число варіантів) становив: N = 574 (за y_1; y_5; y_6; y_7; x_1, x_2; x_3; x_4); N = 164 (за y_2); N = 161 (за y_3); N = 101 (за y_4).

Статистичний аналіз виконаний за [6-22]. Розраховували такі числові та групові статистичні характеристики виборки: середнє арифметичне $\bar{x}$ [од.]; дисперсію S^2 [од.^{2}]; середнє квадратичне відхилення S [од.]; коефіцієнт варіації γ [%]; вибірковий показник ступеня агрегації розподілу випадкових величин $y_i \sim x_k$ як відношення $S^2/\bar{x}$ [од.]; начальні моменти k-порядку: h_1 [од.], h_2 [од.^{2}], h_3 [од.^{3}], h_4 [од.^{4}]; центральні моменти k-порядку: m_2 [од.^{2}], m_3 [од.^{3}], m_4 [од.^{4}];

Таблиця 2

Коефіцієнти кореляцій зв'язків $y_i \sim y_j$ та $y_i \sim x_k$ і перевірка нульової гіпотези H_o: $\rho = 0$ за критичним значенням $r_{кр.}$, функцією перетворення Фішера Z_T та критерієм Стьюдента t_T для рівнів значущості $\alpha = 0{,}01$ та $\alpha = 0{,}05$

R	N	r	$\xi_1(r)$ [$\xi_2(r)$] для α:		$\lvert Z \rvert$	$\xi_1(z)$ [$\xi_2(z)$] для α:		$\lvert t_p \rvert$	$\xi_1(t)$ [$\xi_2(t)$] для α:	
			0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
$x_1 \sim x_2$	574	0,0756	(2,58)	(3,31)	0,0757	(1,08)	(1,43)	1,8185	(1,09)	(1,44)
$x_1 \sim x_3$	574	-0,0270	(7,22)	(9,26)	0,0270	(3,04)	(4,0)	0,6462	(3,06)	(4,05)
$x_1 \sim x_4$	574	-0,0207	(9,42)	(12,08)	0,0207	(3,96)	(5,22)	0,4953	(4,0)	(5,28)
$x_2 \sim x_3$	574	**0,1473**	(1,32)	(1,70)	**0,1484**	**1,81**	**1,37**	**3,6010**	**1,82**	**1,38**
$x_2 \sim x_4$	574	-0,0387	(5,04)	(6,46)	0,0387	(2,12)	(2,79)	0,9270	(2,14)	(2,82)
$x_3 \sim x_4$	574	**-0,1428**	(1,37)	(1,75)	**0,1438**	**1,75**	**1,33**	3,4864	**1,76**	**1,33**
$y_1 \sim x_1$	574	0,02851	(6,84)	(8,77)	0,0285	(2,88)	(3,79)	0,6822	(2,90)	(3,84)
$y_1 \sim x_2$	574	-0,0274	(7,12)	(9,12)	0,0274	(2,99)	(3,94)	0,6558	(3,02)	(3,99)
$y_1 \sim x_3$	574	**0,1146**	(1,70)	(2,18)	**0,1151**	**1,40**	**1,07**	2,7773	**1,40**	**1,06**
$y_1 \sim x_4$	574	**-0,2129**	**1,09**	(1,17)	**0,2162**	**2,64**	**2,00**	5,3336	**2,69**	**2,04**
$y_2 \sim x_1$	164	-0,0072	(27,1)	(34,7)	0,0072	(21,5)	(28,2)	0,0917	(21,6)	(28,5)
$y_2 \sim x_2$	164	**-0,1594**	(1,22)	(1,57)	**0,1608**	**1,04**	(1,26)	2,0817	**1,05**	(1,26)
$y_2 \sim x_3$	164	-0,1162	(1,68)	(2,15)	0,1167	(1,32)	(1,74)	1,4992	(1,32)	(1,75)
$y_2 \sim x_4$	164	**0,3509**	**1,80**	**1,40**	**0,3665**	**2,37**	**1,80**	5,0934	**2,57**	**1,95**
$y_3 \sim x_1$	161	0,0416	(4,69)	(6,01)	0,0416	(3,75)	(4,94)	0,5255	(3,77)	(4,98)
$y_3 \sim x_2$	161	-0,1421	(1,37)	(1,76)	0,1431	(1,09)	(1,44)	1,8287	(1,08)	(1,43)
$y_3 \sim x_3$	161	**-0,2509**	**1,29**	**1,00**	**0,2564**	**1,65**	**1,25**	**3,3763**	**1,71**	**1,29**
$y_3 \sim x_4$	161	-0,0465	(4,19)	(5,38)	0,0466	(3,35)	(4,41)	0,5880	(3,37)	(4,45)
$y_4 \sim x_1$	101	0,1004	(1,94)	(2,49)	0,1007	(1,97)	(2,59)	1,0091	(1,96)	(2,59)
$y_4 \sim x_2$	101	0,1337	(1,46)	(1,87)	0,1345	(1,47)	(1,94)	1,3545	(1,46)	(1,93)
$y_4 \sim x_3$	101	-0,0240	(8,13)	(10,4)	0,0241	(8,22)	(10,8)	0,2389	(8,29)	(10,95)
$y_4 \sim x_4$	101	**-0,2856**	**1,47**	**1,14**	**0,2937**	**1,48**	**1,13**	**3,0941**	**1,56**	**1,18**
$y_5 \sim x_1$	574	0,0272	(7,17)	(9,19)	0,0272	(3,01)	(3,97)	0,6505	(3,04)	(4,02)
$y_5 \sim x_2$	574	0,0760	(2,57)	(3,29)	0,0761	(1,08)	(1,42)	1,8272	(1,08)	(1,43)
$y_5 \sim x_3$	574	0,0345	(5,65)	(7,25)	0,0345	(2,38)	(3,13)	0,8259	(2,40)	(3,17)
$y_5 \sim x_4$	574	0,0663	(2,94)	(3,77)	0,0664	(1,24)	(1,63)	1,5917	(1,24)	(1,64)
$y_6 \sim x_1$	574	0,0627	(3,11)	(3,99)	0,0627	(1,31)	(1,72)	1,5045	(1,32)	(1,74)

Продовження табл. 2

R	N	r	$\xi_1(r)$ [$\xi_2(r)$] для α:		$\lvert Z\rvert$	$\xi_1(z)$ [$\xi_2(z)$] для α:		$\lvert t_p\rvert$	$\xi_1(t)$ [$\xi_2(t)$] для α:	
			0,05	0,01		0,05	0,01		0,05	0,01
$y_6 \sim x_2$	574	0,0455	(4,29)	(5,50)	0,0455	(1,80)	(2,37)	1,0902	(1,82)	(2,40)
$y_6 \sim x_3$	574	**-0,2190**	**1,12**	(1,14)	**0,2226**	**2,71**	**2,06**	**5,5015**	**2,78**	**2,10**
$y_6 \sim x_4$	574	**0,1227**	(1,59)	(2,04)	**0,1233**	**1,50**	**1,14**	**2,9794**	**1,50**	**1,14**
$y_7 \sim x_1$	574	0,0526	(3,71)	(4,75)	0,0527	(1,56)	(2,05)	1,2626	(1,57)	(2,07)
$y_7 \sim x_2$	574	0,0706	(2,76)	(3,54)	0,0707	(1,16)	(1,53)	1,6971	(1,17)	(1,54)
$y_7 \sim x_3$	574	**0,1958**	**1,004**	(1,28)	**0,1983**	**2,42**	**1,84**	**4,8695**	**2,46**	**1,86**
$y_7 \sim x_4$	574	-0,0649	(3,00)	(3,85)	0,0650	(1,26)	(1,66)	1,5589	(1,27)	(1,68)
$y_1 \sim y_2$	164	**-0,2401**	**1,23**	(1,04)	**0,2449**	**1,59**	**1,21**	**3,2429**	**1,64**	**1,24**
$y_1 \sim y_3$	161	0,0578	(3,37)	(4,33)	0,0578	(2,70)	(3,55)	0,7309	(2,71)	(3,58)
$y_1 \sim y_4$	101	**0,3203**	**1,64**	**1,28**	**0,3320**	**1,68**	**1,27**	**3,5513**	**1,79**	**1,36**
$y_1 \sim y_5$	574	-0,0518	(3,76)	(4,83)	0,0519	(1,58)	(2,08)	1,2433	(1,59)	(2,10)
$y_1 \sim y_6$	574	**-0,1735**	(1,12)	(1,44)	**0,1753**	**2,14**	**1,62**	**4,2783**	**2,16**	**1,64**
$y_1 \sim y_7$	574	0,0716	(2,72)	(3,49)	0,0717	(1,14)	(1,51)	1,7213	(1,15)	(1,52)
$y_2 \sim y_3$	161	**0,5157**	**2,65**	**2,06**	**0,5705**	**3,66**	**2,78**	**8,8587**	**4,47**	**3,39**
$y_2 \sim y_4$	101	**-0,5837**	**2,99**	**2,34**	**0,6681**	**3,37**	**2,56**	**8,8090**	**4,45**	**3,37**
$y_2 \sim y_5$	164	0,1473	(1,32)	(1,70)	0,1483	(1,04)	(1,37)	1,9164	(1,03)	(1,37)
$y_2 \sim y_6$	164	**0,3799**	**1,95**	**1,52**	**0,3999**	**2,59**	**1,97**	**5,6509**	**2,85**	**2,16**
$y_2 \sim y_7$	164	**0,2976**	**1,53**	**1,19**	**0,3069**	**1,99**	**1,51**	**4,1559**	**2,10**	**1,59**
$y_3 \sim y_4$	101	**-0,2706**	**1,39**	**1,08**	**0,2775**	**1,40**	**1,07**	**2,9052**	**1,47**	**1,11**
$y_3 \sim y_5$	161	**0,1617**	(1,21)	(1,55)	**0,1631**	**1,05**	(1,26)	**2,0937**	**1,06**	(1,25)
$y_3 \sim y_6$	161	**0,2466**	**1,27**	(1,01)	**0,2518**	**1,62**	**1,23**	**3,3109**	**1,67**	**1,27**
$y_3 \sim y_7$	161	**0,6194**	**3,18**	**2,48**	**0,7240**	**4,64**	**3,53**	**12,6721**	**6,40**	**4,84**
$y_4 \sim y_5$	101	**-0,3174**	**1,63**	**1,27**	**0,3288**	**1,66**	**1,26**	**3,5119**	**1,77**	**1,34**
$y_4 \sim y_6$	101	**-0,3014**	**1,55**	**1,21**	**0,3111**	**1,57**	**1,19**	**3,2985**	**1,67**	**1,26**
$y_4 \sim y_7$	101	-0,1075	(1,81)	(2,33)	0,1079	(1,84)	(2,42)	1,0821	(1,83)	(2,42)
$y_5 \sim y_6$	574	**0,1162**	(1,68)	(2,15)	**0,1167**	**1,42**	**1,08**	**2,8171**	**1,42**	**1,08**
$y_5 \sim y_7$	574	**0,1004**	(1,94)	(2,49)	**0,1007**	**1,23**	(1,07)	**2,4257**	**1,23**	(1,08)
$y_6 \sim y_7$	574	**-0,1471**	(1,33)	(1,70)	**0,1481**	**1,81**	**1,37**	**3,5959**	**1,82**	**1,37**

показник асиметрії as та його середнє квадратичне відхилення S_{as} ($3S_{as}$); показник ексцесу ex та його середнє квадратичне відхилення S_{ex} ($5S_{ex}$).

II. Результати та обговорення

2.1. Кореляційний та регресійний аналізи: процедура та методи дослідження

1. Знайдемо лінійні та нелінійні зв'язки між [Y] ~ [X] та всередині цих матриць [Y_i] ~ [X_j], [Y_k] ~ [X_m] методами кореляційного та регресійного аналізів [9, 13, 19]. Результати розрахунків вибіркових числових та групових характеристик функції відгуку $\mathbf{y}_i$ та вхідних параметрів (факторів) $\mathbf{x}_k$ зведені в табл. 1.

2. Розглядаючи y_i та x_k як неперервні випадкові величини, давали оцінку ступеня підпорядкування (відповідності) вибіркового розподілу y_1, …, y_7 та x_1, …, x_4 нормальному розподілу за законом Ґаусса за ступенями відмінності показників асиметрії та ексцесу від відповідних їм середніх квадратичних відхилень [14]:

$$\xi_1 = \frac{S_{as}}{|as|};\ \xi_2 = \frac{3S_{as}}{|as|};\ \xi_3 = \frac{S_{ex}}{|ex|};\ \xi_4 = \frac{5S_{ex}}{|ex|} \qquad (1)$$

за умовою, що при ξ_1, ξ_2, ξ_3, $\xi_4 \geq 1$, вибіркові результати не протирічать теоретичному нормальному закону розподілу Ґаусса. Обернені величини співвідношення (1) при ξ'_1, ξ'_2, ξ'_3, $\xi'_4 > 1$ дають оцінку ступеня невідповідності емпіричного розподілу теоретичному нормальному розподілу Ґаусса.

Як видно з табл. 1, при додатковій перевірці за точним критерієм ω^2 можна прийняти, що вибіркові характеристики $\mathbf{y_2}$, $\mathbf{y_3}$, $\mathbf{y_4}$ підпорядковані нормальному закону Ґаусса (н.з.р.). Вибіркові характеристики $\mathbf{y_1}$; $\mathbf{y_5}$, $\mathbf{x_1}$, $\mathbf{x_2}$, $\mathbf{x_3}$, $\mathbf{x_4}$ – не підпорядковані нормальному закону розподілу, а $\mathbf{y_6}$, $\mathbf{y_7}$ – близькі до н.з.р. Це накладає певні обмеження на висновки щодо оцінок результатів кореляційного аналізу.

Розглядаючи y_i та x_k як дискретні випадкові

величини, за [15, 16, 25, 26] виходили з того, що розпізнавання типів розподілу цих величин може здійснюватися лише за допомогою генерального показника ступеня агрегації – відношення генеральної дисперсії σ^2 до математичного сподівання (генеральної середньої) μ: $E = \frac{\sigma^2}{\mu}$.

Оцінкою цього генерального показника є вибірковий показник ступеня агрегації:

$$\Psi = \frac{S^2}{\bar{x}} \text{ [од.]} \rightarrow E = \frac{\sigma^2}{\mu} \text{ [од.]},$$

де S^2 – вибіркова дисперсія [од.^{2}].
$\bar{x}$ – вибіркове середнє [од.].
При дійсно випадковому просторовому розподілу величин y_i та x_k, тобто такому, що описується законом Пуассона [15, 16] для дискретних випадкових величин, дисперсія чисельно дорівнює середньому ($\sigma^2 = \mu$) і відповідні вибіркові оцінки $\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} \approx 1$; якщо дисперсія менше середньої ($\sigma^2 < \mu$), то розподіл рівномірний (регулярний) ($\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} < 1$); якщо дисперсія більше середньої ($\sigma^2 > \mu$), то розподіл контагіозний (груповий, агрегаційний) ($\xi = \frac{S^2}{\bar{x}} > 1$) [15, 16, 25, 26].

3. Значущість коефіцієнта кореляції. Ступінь лінійності та нелінійності зв'язку. Вибірковий коефіцієнт кореляції **r** розраховували за [9,13], який давав оцінку ґенеральному коефіцієнту кореляції **ρ**. У табл. 2 приведені результати розрахунків вибіркових коефіцієнтів кореляції зв'язків $y_i \sim y_j$, $y_i \sim x_k$ $x_k \sim x_m$. Статистичну значущість **ρ** (перевірку нульової гіпотези H_o: ρ = 0) доводили за t-критерієм Стьюдента [9,13],функцією перетворення Фішера Z_p [9,13] та за допомогою критичного значення $Z_{кр.(\alpha)} = (Z_p \cdot \sigma_Z)$, де Z_p {p = 1 – α/2} – квантиль нормованого нормального розподілу Ґаусса для ймовірності p =1–α/2 [9], а σ_Z – середнє квадратичне відхилення розподілу функції Z [9,13], та критичного значення коефіцієнта кореляції $\mathbf{r}_{кр.(\alpha)}$ [18] для рівнів значущості α = 0,01 і α = 0,05 [10, 11, 17-18]. У табл. 2: R – вид кореляційного зв'язку.

Ступінь лінійності ξ_1 (ступінь нелінійності ξ_2) кореляційного зв'язку оцінювали за [13]:

$$\text{за } \mathbf{r}_{кр.(\alpha)}: \xi_1(r) = \frac{|r|}{r_{кр.(\alpha)}} \left(\xi_2(r) = \frac{r_{кр.(\alpha)}}{|r|} \right); \quad (2)$$

$$\text{за } Z_p: \quad \xi_1(z) = \frac{|Z|}{(Z_p \cdot \sigma_Z)} \left(\xi_2(z) = \frac{Z_p \cdot \sigma_z}{|z|} \right); \quad (3)$$

$$\text{за } t_\alpha: \quad \xi_1(t) = \frac{|t_p|}{t_\alpha} \left(\xi_2(t) = \frac{t_\alpha}{|t_p|} \right). \quad (4)$$

У табл. 2 порівнювали:

- $|r|$ з $r_{кр.}$ {α = 0,01; f ≥ 100} = 0,250 та $r_{кр.}$ {α = 0,05; f ≥ 100} = 0,195 [18];
- $|Z|$ з $(Z_p \cdot \sigma_Z)$, де $Z_{0,995}$ = 2,58 (для α = 0,01) та $Z_{0,975}$ = 1,96 (для α = 0,05) [9];
- $|t_p|$ з $t_{0,01}$ {α/2 = 0,005; f ≥ 120} = 2,617 (для α = 0,01) та $t_{0,05}$ {α/2 = 0,025; f ≥ 120} = 1,980 (для α = 0,05) [10, 17];
- σ_Z = 0,04185 (для N = 574); $(Z_{0,995} \cdot \sigma_Z)$ = 0,1080 (для α = 0,01; N = 574) та $(Z_{0,975} \cdot \sigma_Z)$ = 0,0820 (для α = 0,05; N = 574);
- σ_Z = 0,07881 (для N = 164); $(Z_{0,995} \cdot \sigma_Z)$ = 0,2033 (для α = 0,01; N = 164) та $(Z_{0,975} \cdot \sigma_Z)$ = 0,1545 (для α = 0,05; N = 164);
- σ_Z = 0,07956 (для N = 161); $(Z_{0,995} \cdot \sigma_Z)$ = 0,2053 (для α = 0,01; N = 161); $(Z_{0,975} \cdot \sigma_Z)$ = 0,1559 (для α = 0,05; N = 161);
- σ_Z = 0,10102 (для N = 101); $(Z_{0,995} \cdot \sigma_Z)$ = 0,2606 (для α = 0,01; N = 101); $(Z_{0,975} \cdot \sigma_Z)$ = 0,1980 (для α = 0,05; N = 101).

У табл. 2 темним шрифтом показані значущі коефіцієнти кореляції (тобто між $y_i \sim y_j$, $y_i \sim x_k$ або $x_k \sim x_m$ є надійний лінійний зв'язок). У табл. 2 приведені розрахункові значення ступенів рівності (без дужок) та нерівностей (в дужках). У підсумку нульову гіпотезу H_o: ρ = 0 (рівності нулю ґенерального коефіцієнта кореляції – немає лінійного зв'язку) приймали («+»), або відкидали (« – ») H_1: ρ ≠ 0 (нерівність нулю ґенерального коефіцієнта кореляції – є надійний лінійний зв'язок).

2.2. Вплив вхідних факторів x_k на функції відгуку y_i

Як видно з табл. 2, надійний лінійний зв'язок (значущий коефіцієнт кореляції з α = 0,01 і 0,05) спостерігається між $y_i \sim x_k$ у ряду за зростанням ступеня лінійності:

а) за абсолютною величиною значущого коефіцієнта кореляції $|r_{x,y}|$:

- $(y_i \sim x_k)$: $(y_1 \sim x_3) < (y_6 \sim x_4) < (y_2 \sim x_2) < (y_7 \sim x_3) <$ $< (y_1 \sim x_4) < (y_6 \sim x_3) < (y_3 \sim x_3) < (y_4 \sim x_4) < (y_2 \sim x_4)$; (5)
- $|\mathbf{r_{x,y}}|$: $|r_{31}|$=11,5%< $|r_{46}|$=12,3%< $|r_{22}|$=15,9%< $|r_{37}|$=19,6%<$|r_{41}|$=21,3%< $|r_{36}|$=21,9%< $|r_{33}|$=25,1%< $|r_{44}|$=28,6%< $|r_{42}|$=35,1%;

б) за ступенем лінійності за критичним коефіцієнтом кореляції $|r_{кр.}|$ з рівнем значущості α :

α = 0,05

- $(y_i \sim x_k)$: $(y_7 \sim x_3) < (y_1 \sim x_4) \le (y_6 \sim x_3) < (y_3 \sim x_3) <$ $< (y_4 \sim x_4) < (y_2 \sim x_4)$;
- $\xi_1(r_{xy})$: $\xi_1(r_{37})$=1,004< $\xi_1(r_{41})$=1,09≤ $\xi_1(r_{36})$=1,12< $< \xi_1(r_{33})$=1,29< $\xi_1(r_{44})$=1,47< $\xi_1(r_{42})$=1,80;

α = 0,01

- $(y_i \sim x_k)$: $(y_3 \sim x_3) < (y_4 \sim x_4) < (y_2 \sim x_4)$;
- $\xi_1(r_{xy})$: $\xi_1(r_{33})$=1,00< $\xi_1(r_{44})$=1,14< $\xi_1(r_{42})$=1,40;

в) за ступенем лінійності за функцією перетворення Фішера |z| з рівнем значущості α :

α = 0,05

- $(y_i \sim x_k)$: $(y_2 \sim x_2) < (y_1 \sim x_3) < (y_4 \sim x_4) < (y_6 \sim x_4) <$ $< (y_3 \sim x_3) < (y_2 \sim x_4) < (y_7 \sim x_3) < (y_1 \sim x_4) < (y_6 \sim x_3)$;
- $\xi_1(z_{xy})$: $\xi_1(z_{22})$=1,04< $\xi_1(z_{31})$=1,40 < $\xi_1(z_{44})$=1,48≤ $\le \xi_1(z_{46})$=1,50< $\xi_1(z_{33})$=1,65< $\xi_1(z_{42})$=2,37 < $\xi_1(z_{37})$=2,42 $< < \xi_1(z_{41})$=2,64 < $\xi_1(z_{36})$=2,71;

α = 0,01

• $(y_i \sim x_k)$: $(y_1 \sim x_3) < (y_4 \sim x_4) \le (y_6 \sim x_4) < (y_3 \sim x_3) < (y_2 \sim x_4) < (y_7 \sim x_3) < (y_1 \sim x_4) < (y_6 \sim x_3)$;
$\xi_1(z_{xy})$: $\xi_1(z_{31})=1,07 < \xi_1(z_{44})=1,13 \le \xi_1(z_{46})=1,14 < < \xi_1(z_{33})=1,25 < \xi_1(z_{42})=1,80 < \xi_1(z_{37})=1,84 < \xi_1(z_{41})=2,00 < < \xi_1(z_{36})=2,06$;

г) за ступенем лінійності за t-критерієм Стьюдента з рівнем значущості α :

$\alpha = 0,05$

• $(y_i \sim x_k)$: $(y_2 \sim x_2) < (y_1 \sim x_3) < (y_6 \sim x_4) < (y_4 \sim x_4) < < (y_3 \sim x_3) < (y_7 \sim x_3) < (y_2 \sim x_4) < (y_1 \sim x_4) < (y_6 \sim x_3)$;

• $\xi_1(t_{xy})$: $\xi_1(t_{22})=1,05 < \xi_1(t_{31})=1,40 < \xi_1(t_{46})=1,50 < < \xi_1(t_{44})=1,56 < \xi_1(t_{33})=1,71 < \xi_1(t_{73})=2,46 < \xi_1(t_{42})=2,57 < < \xi_1(t_{41})=2,69 < \xi_1(t_{36})=2,78$;

$\alpha = 0,01$

• $(y_i \sim x_k)$: $(y_1 \sim x_3) < (y_6 \sim x_4) \le (y_4 \sim x_4) < (y_3 \sim x_3) < (y_7 \sim x_3) < (y_2 \sim x_4) < (y_1 \sim x_4) < (y_6 \sim x_3)$;
$\xi_1(t_{xy})$: $\xi_1(t_{31})=1,06 < \xi_1(t_{46})=1,14 \le \xi_1(t_{44})=1,18 < < \xi_1(t_{33})=1,29 < \xi_1(t_{73})=1,86 < \xi_1(t_{42})=1,95 < \xi_1(t_{41})=2,04 < < \xi_1(t_{36})=2,10$.

При цьому, із зростанням x_3 зростає y_1 та збільшується y_7, а із зростанням x_4 зростає y_2 та збільшується y_6, про що свідчать позитивні значення коефіцієнтів кореляції для зв'язків $y_1 \sim x_3$, $y_2 \sim x_4$, $y_6 \sim x_4$, $y_7 \sim x_3$, і, навпаки, при зростанні x_2 зменшується y_2, із зростанням x_3 зменшуються y_3 та y_6, а із зростанням x_4 зменшуються y_1 та y_4, про що свідчать неґативні значення коефіцієнтів кореляції для зв'язків $y_2 \sim x_2$, $y_3 \sim x_3$, $y_6 \sim x_3$, $y_1 \sim x_4$, $y_4 \sim x_4$.

Як видно з табл. 2, нелінійний зв'язок з рівнем значущості $\alpha = 0,01$ і $\alpha = 0,05$ спостерігається між $y_i \sim x_k$ у ряду за зростанням ступеня нелінійності за t-критерієм Стьюдента:

$(y_1 \sim x_4) \le (y_2 \sim x_4) \le (y_7 \sim x_3) < (y_6 \sim x_3) \le (y_3 \sim x_3) < (y_4 \sim x_4) \le \le (y_6 \sim x_4) < (y_1 \sim x_3) < (y_2 \sim x_2) < (y_3 \sim x_2) = (y_5 \sim x_2) < < (y_7 \sim x_2) < (y_5 \sim x_4) \le (y_7 \sim x_4) < < (y_6 \sim x_1) \le (y_2 \sim x_3) \le$

$\le (y_4 \sim x_2) < (y_7 \sim x_1) < (y_6 \sim x_2) < (y_4 \sim x_1) < (y_5 \sim x_3) < (y_1 \sim x_1) \le (y_1 \sim \sim x_2) \le (y_5 \sim x_1) < (y_3 \sim x_4) < (y_3 \sim x_1) < < (y_4 \sim x_3) < < (y_2 \sim x_1)$. (6)

За табл. 2 складемо мажорантні ряди впливу вхідних параметрів x_k на функції відгуку y_i:

1) на y_1 (склад покриття):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_2 \le x_1 < x_3 << x_4$;

$|r_{ik}|$:2,74% ≤ 2,85 % < 11,46% << 21,29%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

• **за ступенем лінійності ξ_1 (r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_2 \le x_1 < x_3 < x_4$; $\xi_1(r)_{0,05}$: 0,14≤0,15<0,59<1,09;

$\alpha = 0,01$ x_k: $x_2 \le x_1 < x_3 < x_4$;

$\xi_1(r)_{0,01}$:0,110<0,114<0,46<0,86;

• **за ступенем нелінійності ξ_2 (r) (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha=0,05$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\xi_2(r)_{0,05}$: 0,92<1,70<6,84<7,12;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\xi_2(r)_{0,01}$:1,17<2,18<8,77<9,12;

• **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1 (r) + \xi_2 (r)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за $r_{кр.\alpha}$

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,05}$: 2,01<2,29<6,99 <7,26;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,01}$:2,03<2,64<8,88<9,23;

в) за функцією перетворення Фішера

• **за ступенем лінійності ξ_1 (z) (лінійний вплив) за z_α**

$\alpha=0,05$ x_k:$x_2 < x_1 < x_3 < x_4$; $\xi_1(z)_{0,05}$: 0,33≤0,35<1,40<2,64;

$\alpha = 0,01$ x_k:$x_2 \le x_1 < x_3 < x_4$; $\xi_1(z)_{0,01}$: 0,250 ≤ 0,26 <1,07< 2,0;

• **за ступенем нелінійності ξ_2 (z) (нелінійний вплив) за z_α**

$\alpha=0,05 x_k$: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 0,38<0,71<2,88 < 2,99;

$\alpha=0,01 x_k$: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$;$\xi_2(z)_{0,01}$: 0,50<0,94< 3,79 < 3,94;

• **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1 (z) + \xi_2 (z)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за z_α

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,05}$: 2,11<3,02<3,23 <3,32;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,01}$:2,01<2,50<4,05<4,19;

г) за критерієм Стьюдента t_α

• **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

$\alpha=0,05$ x_k: $x_2 \le x_1 < x_3 << x_4$; $\xi_1(t)_{0,05}$: 0,33≤0,35<1,40<<2,69;

$\alpha=0,01$ x_k:$x_2 \le x_1 < x_3 << x_4$; $\xi_1(t)_{0,01}$: 0,25≤0,26<1,06<<2,04;

• **за ступенем нелінійності ξ_2(t) (нелінійний вплив) за t_α**

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\xi_2(t)_{0,05}$:0,37<0,71<<2,9<3,02;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_4 < x_3 < x_1 < x_2$; $\xi_2(t)_{0,01}$: 0,49≤ 0,94<<3,84<3,99;

• **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1 (t) + \xi_2 (t)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$;$\Sigma_{0,05}$: 2,11 <3,06 < 3,25 < 3,35;

$\alpha = 0,01$ x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,01}$: 2,0 < 2,53 < 4,10 < 4,24;

2) на y_2 (висота виступу мікронерівності над середньою площиною шорсткої поверхні):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_1 << x_3 < x_2 << x_4$;

$|r_{ik}|$: 0,72% << 11,62 % < 15,94% << 35,09%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

• **за ступенем лінійності ξ_1(r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha=0,05$ x_k: $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$;$\xi_1(r)_{0,05}$: 0,04<0,60<0,82<1,80;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_1 < x_3 < x_2 < x_4$;$\xi_1(r)_{0,01}$: 0,03<0,47 < 0,64 < 1,40;

• **за ступенем нелінійності ξ_2(r) (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha=0,05$ x_k: $x_4 < x_2 < x_3 << x_1$;$\xi_2(r)_{0,05}$: 0,56<1,22<1,68<<27,1;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_4 < x_2 < x_3 << x_1$;$\xi_2(r)_{0,01}$:0,71<1,57<2,15<<34,7;

• **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за $r_{кр.\alpha}$

$\alpha = 0,05$ x_k: $x_2 < x_3 < x_4 << x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,04<2,28<2,36<<27,14;

$\alpha=0,01$ x_k: $x_4 < x_2 < x_3 << x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2,11<2,21<2,62<<34,73;

в) за функцією перетворення Фішера

• **за ступенем лінійності ξ_1 (z) (лінійний вплив) за z_α**

$\alpha=0,05$ x_k: $x_1 << x_3 < x_2 < x_4$; $\xi_1(z)_{0,05}$: 0,05<<0,76<1,04<2,37;

$\alpha = 0,01$ x_k: $x_1 << x_3 < x_2 < x_4$;$\xi_1(z)_{0,01}$: 0,04<<0,57<0,79<1,80;

• **за ступенем нелінійності ξ_2 (z) (нелінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_4<x_2<x_3<<x_1$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 0,42<0,96<1,32<<21,5;
α=0,01 x_k: $x_4<x_2<x_3<<x_1$; $\xi_2(z)_{0,01}$: 0,56<1,26<1,74<<28,2;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за $\mathbf{z_\alpha}$

α = 0,05 x_k: $x_2 \le x_3 < x_4 << x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,0≤2,08<2,79<<21,55;
α=0,01 x_k: $x_2 < x_3 \le x_4 << x_1$; $\Sigma_{0,01}$:2,05<2,31≤2,36<<28,24;

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k:$x_1<<x_3<x_2<<x_4$;
$\xi_1(t)_{0,05}$:0,05<<0,76<1,05<<2,57;
α = 0,01 x_k: $x_1 << x_3 < x_2 << x_4$;
$\xi_1(t)_{0,01}$: 0,04 << 0,57 < 0,79 << 1,95;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(t)$ (нелінійний вплив) за t_α**

α = 0,05 x_k: $x_4 < x_2 < x_3 < x_1$;
$\xi_2(t)_{0,05}$:0,39 < 0,95 < 1,32 << 21,6;
α = 0,01 x_k:$x_4<x_2<x_3<x_1$;$\xi_2(t)_{0,01}$: 0,51<1,26<1,75<<28,5;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ **(лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

α=0,05 x_k:$x_2 \le x_3 < x_4 << x_1$;$\Sigma_{0,05}$: 2,0≤2,08<2,96<<21,65;
α = 0,01x_k: $x_2<x_3<x_4<<x_1$;$\Sigma_{0,01}$: 2,05<2,32 < 2,46 << 28,54;

3) на y_3 (діаметр мікронерівності в середній площині шорсткої поверхні):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_1 < x_4 << x_2 < x_3$;

$|r_{ik}|$:4,16% < 4,65 % << 14,21% < 25,09%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

- **за ступенем лінійності ξ_1 (r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α = 0,05 x_k: $x_1<x_4<x_2<x_3$;$\xi_1(r)_{0,05}$: 0,21 < 0,24<0,73 < 1,29;
α = 0,01 x_k: $x_1<x_4<x_2<x_3$; $\xi_1(r)_{0,01}$: 0,17<0,19< 0,57 < 1,00;

- **за ступенем нелінійності ξ_2 (r) (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α=0,05 x_k: $x_3<x_2<x_4<x_1$;$\xi_2(r)_{0,05}$: 0,78<1,37<4,19<4,69;
α=0,01 x_k: $x_3<x_2<x_4<x_1$; $\xi_2(r)_{0,01}$:1,00<1,76<5,38<6,01;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за $\mathbf{r_{кр.\alpha}}$

α = 0,05 x_k: $x_3 \le x_2 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,07≤2,1 < 4,43 < 4,9;
α=0,01 x_k: $x_3<x_2<x_4<x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2<2,33 < 5,57 < 6,18;

в) за функцією перетворення Фішера

- **за ступенем лінійності ξ_1 (z) (лінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_1 \le x_4 < x_2 < x_3$;
$\xi_1(z)_{0,05}$: 0,27≤0,30<0,92<1,65;
α = 0,01 x_k: $x_1 \le x_4 < x_2 < x_3$;
$\xi_1(z)_{0,01}$: 0,20≤0,23<0,69<1,25;

- **за ступенем нелінійності ξ_2 (z) (нелінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_3 <x_2<x_4<x_1$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 0,61<1,09<3,35<3,75;
α=0,01 x_k: $x_3<x_2<x_4< x_1$; $\xi_2(z)_{0,01}$: 0,80<1,44<4,41<4,94;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за $\mathbf{z_\alpha}$

α = 0,05 x_k: $x_2 \le x_3 < x_4 < x_1$;$\Sigma_{0,05}$: 2,01≤2,26<3,65<4,02;
α=0,01 x_k: $x_3 \le x_2 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2,05≤2,13<4,64<5,14;

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

α = 0,05 x_k: $x_1 \le x_4 < x_2 < x_3$; $\xi_1(t)_{0,05}$: 0,27≤0,30<0,93< 1,71;
α = 0,01 x_k: $x_1<x_4<x_2<x_3$;$\xi_1(t)_{0,01}$: 0,20≤0,23< 0,70<< 1,29;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(t)$ (нелінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_3<x_2<x_4<x_1$; $\xi_2(t)_{0,05}$: 0,61<1,09<3,35<<3,75;
α = 0,01 x_k: $x_3<x_2<x_4<x_1$; $\xi_2(t)_{0,01}$: 0,80<1,44<4,41<< 4,94;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ **(лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

α = 0,05 x_k: $x_2 < x_3 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,02 <2,32 <3,65<4,02;
α = 0,01 x_k: $x_3 \le x_2 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2,09 ≤ 2,14<4,64 < 5,14.

4) на y_4 (бонітет):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_3 << x_1 < x_2 < x_4$;

$|r_{ik}|$: 2,40% << 10,04 % < 13,37% < 28,56%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

- **за ступенем лінійності ξ_1(r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α = 0,05 x_k: $x_3<x_1< x_2 < x_4$; $\xi_1(r)_{0,05}$: 0,12<0,52<0,68<1,47;
α = 0,01 x_k: $x_3 <x_1<x_2 < x_4$; $\xi_1(r)_{0,01}$: 0,10<0,40<0,53<1,14;

- **за ступенем нелінійності ξ_2(r) (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α=0,05 x_k: $x_4<x_2<x_1<<x_3$;$\xi_2(r)_{0,05}$: 0,68<1,46<1,94<<8,13;
α=0,01 x_k: $x_4<x_2<x_1<<x_3$; $\xi_2(r)_{0,01}$:0,88<1,87<2,49<<10,4;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за $\mathbf{r_{кр.\alpha}}$

α = 0,05 x_k:$x_2 \le x_4 < x_1 << x_3$; $\Sigma_{0,05}$: 2,14≤2,15<2,46<<8,25;
α=0,01 x_k: $x_4<x_2<x_1<<x_3$; $\Sigma_{0,01}$: 2,02<2,4<2,89<<10,5;

в) за функцією перетворення Фішера

- **за ступенем лінійності ξ_1 (z) (лінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_3 < x_1 < x_2 <x_4$; $\xi_1(z)_{0,05}$: 0,12<0,51<0,68<1,48;
α = 0,01 x_k: $x_3 < x_1 <x_2<x_4$; $\xi_1(z)_{0,01}$: 0,09<0,39<0,52<1,13;

- **за ступенем нелінійності ξ_2 (z) (нелінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_4 <x_2<x_1<x_3$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 0,68<1,47<1,97<8,22;
α=0,01 x_k: $x_4 <x_2<x_1<x_3$; $\xi_2(z)_{0,01}$: 0,88<1,94<2,59<10,8;

- **за ступенем сумарного впливу** $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за $\mathbf{z_\alpha}$

α = 0,05 x_k:$x_2 \le x_4 < x_1 < x_3$;$\Sigma_{0,05}$: 2,15≤2,16<2,48<8,34;
α=0,01 x_k:$x_4<x_2<x_1<x_3$;$\Sigma_{0,01}$: 2,01<2,46<2,98<10,89;

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

α=0,05x_k: $x_3<<x_1 \le x_2 < x_4$; $\xi_1(t)_{0,05}$: 0,12<<0,51≤0,69< <1,56;
α=0,01 x_k: $x_3<x_1<x_2<x_4$; $\xi_1(t)_{0,01}$: 0,09<<0,39< 0,80 < < 1,18;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(t)$ (нелінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_4<x_2<x_1<x_3$; $\xi_2(t)_{0,05}$: 0,64<1,46 <1,96 << <<8,29;

$\alpha = 0{,}01$

x_k: $x_4 < x_2 < x_1 << x_3$; $\xi_2(t)_{0,01}$: 0,85<1,93<2,59<<10,95;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_2 \le x_4 < x_1 << x_3$; $\Sigma_{0,05}$: 2,15 ≤ 2,20 < 2,47 << <<8,41;

$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_4 \le x_2 < x_1 << x_3$; $\Sigma_{0,01}$: 2,03≤ ≤2,73<2,98<<11,04.

5) на y_5 (показна площа покриття):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_1 < x_3 < x_4 < x_2$;

$|r_{ik}|$: 2,72% < 3,45 % < 6,63% < 7,60%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

- **за ступенем лінійності $\xi_1(r)$ (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(r)_{0,05}$: 0,14≤0,18<0,34≤0,39;

α=0,01 x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(r)_{0,01}$: 0,11≤0,14<0,27≤0,30;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(r)$ (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α=0,05 x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(r)_{0,05}$: 2,57<2,94<5,65<7,17;

α=0,01 x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(r)_{0,01}$:3,29<3,77<7,25<9,19;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за $r_{кр.\alpha}$

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,96<3,28<5,83< 7,31;

α=0,01 x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 3,59<4,04<7,39< 9,3;

в) за функцією перетворення Фішера

- **за ступенем лінійності $\xi_1(z)$ (лінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(z)_{0,05}$: 0,33≤0,42<0,81≤0,93;

$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(z)_{0,01}$: 0,25≤0,32<0,61≤0,70;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(z)$ (нелінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 1,08<1,24<2,38<3,01;

α=0,01 x_k: $x_2 < x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(z)_{0,01}$: 1,42<1,63<3,13<3,97;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за z_α

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,01≤2,05<2,80<3,34;

α=0,01 x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2,12≤2,24<3,45<4,22;

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(t)_{0,05}$: 0,33 ≤ 0,42 < 0,81 ≤ ≤ 0,93;

$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_1 \le x_3 < x_4 \le x_2$; $\xi_1(t)_{0,01}$: 0,25≤0,32<0,61≤0,70;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(t)$ (нелінійний вплив) за t_α**

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(t)_{0,05}$: 1,08≤ ≤1,24<2,40<3,04;

$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\xi_2(t)_{0,01}$: 1,43≤ 1,64 < 3,17 < <4,02;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: 2,01 ≤ 2,05 < 2,82 < <3,37;

$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: 2,13 ≤ 2,25 < 3,49 < <4,27.

6) на y_6 (повнота (щільність) покриття):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_2 \le x_1 < x_4 < x_3$;

Таблиця 3

Матриця коефіцієнтів кореляції між значеннями функції відгуку $y_i \sim y_j$

y_i \ y_j	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	$\Sigma\|r_{ij}\|$	Ранг y_i
y_1	1	–0,2401	0,0578	0,3203	–0,0518	–0,1735	0,0716	1,9151	6
y_2	–0,2401	1	0,5157	–0,5837	0,1473	0,3799	0,2976	3,1643	1
y_3	0,0578	0,5157	1	–0,2706	0,1617	0,2466	0,6194	2,8718	3
y_4	0,3203	–0,5837	–0,2706	1	–0,3174	–0,3014	–0,1075	2,9009	2
y_5	–0,0518	0,1473	0,1617	–0,3174	1	0,1162	0,1004	1,8948	7
y_6	–0,1735	0,3799	0,2466	–0,3014	0,1162	1	–0,1471	2,3647	4
y_7	0,0716	0,2976	0,6194	–0,1075	0,1004	–0,1471	1	2,3436	5

Таблиця 4

Матриця коефіцієнтів кореляції між значеннями вхідних факторів $x_k \sim x_m$

x_k \ x_m	x_1	x_2	x_3	x_4	$\sum_{k,m=1}^{n=4} \|r_{km}\|$	Ранг x_k
x_1	1	0,0756	–0,0270	–0,0207	1,1233	4
x_2	0,0756	1	0,1473	–0,0387	1,2616	2
x_3	–0,0270	0,1473	1	–0,1428	1,3171	1
x_4	–0,0207	–0,0387	–0,1428	1	1,2022	3

Таблиця 5

Матриця ступенів нелінійності кореляційних зв'язків [ξ_2 (r)], визначених за розрахованими та критичними коефіцієнтами кореляції (чисельник – для рівня значущості α = 0,05, знаменник – α =0,01)

ξ_i \ ξ_j	$\xi(r)_1$	$\xi(r)_2$	$\xi(r)_3$	$\xi(r)_4$	$\xi(r)_5$	$\xi(r)_6$	$\xi(r)_7$	$\Sigma\|\xi_2(r)\|$	Θ
$\xi(r)_1$	1	0,8122	3,3737	0,6088	3,7645	1,1239	2,7235	13,4066	1
	1	1,0412	4,3253	0,7805	4,8263	1,4409	3,4916	16,9058	1
$\xi(r)_2$	0,8122	1	0,3781	0,3341	1,3238	0,5133	0,6552	5,0167	7
	1,0412	1	0,4848	0,4283	1,6972	0,6581	0,8401	6,1497	7
$\xi(r)_3$	3,3737	0,3781	1	0,7206	1,2059	0,7908	0,3148	7,7839	4
	4,3253	0,4848	1	0,9239	1,5461	1,0138	0,4036	9,6975	4
$\xi(r)_4$	0,6088	0,3341	0,7206	1	0,6144	0,6470	1,8140	5,7389	6
	0,7805	0,4283	0,9239	1	0,7877	0,8230	2,3256	7,0690	6
$\xi(r)_5$	3,7645	1,3238	1,2059	0,6144	1	1,6781	1,9422	11,5289	2
	4,8263	1,6972	1,5461	0,7877	1	2,1515	2,4900	14,4988	2
$\xi(r)_6$	1,1239	0,5133	0,7908	0,6470	1,6781	1	1,3256	7,0787	5
	1,4409	0,6581	1,0138	0,8230	2,1515	1	1,6995	8,7868	5
$\xi(r)_7$	2,7235	0,6552	0,3148	1,8140	1,9422	1,3256	1	9,7753	3
	3,4916	0,8401	0,4036	2,3256	2,4900	1,6995	1	12,2504	3

а б

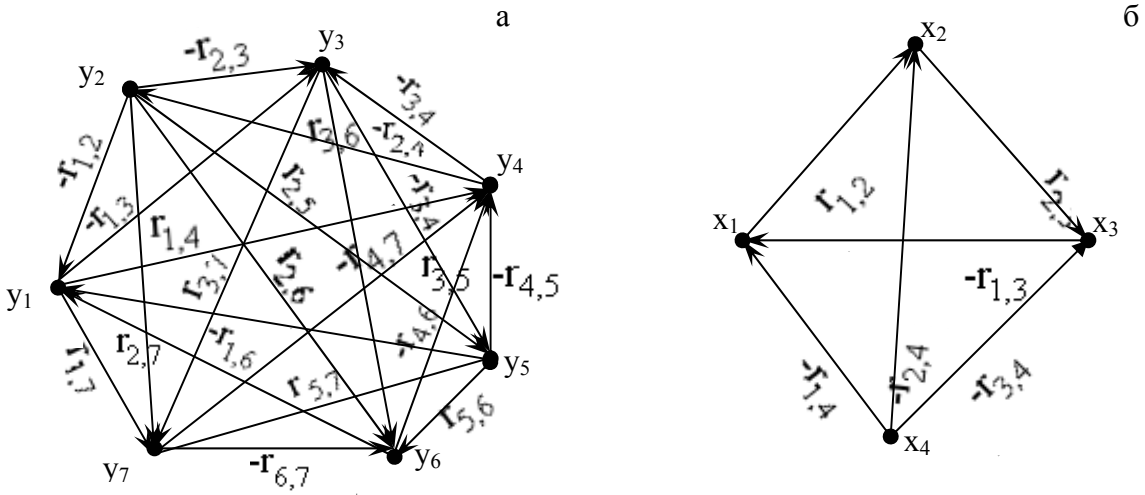

Рис. 2. Ґраф кореляційних зв'язків між $y_i \sim y_j$ (а) та $x_k \sim x_m$ (б)

$\left|r_{ik}\right|$:4,55% ≤ 6,27 % < 12,27% < 21,9%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

- **за ступенем лінійності ξ_1 (r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α = 0,05 x_k: $x_2 < x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(r)_{0,05}$: 0,23<0,32<0,63 < <1,12;

α = 0,01 x_k: $x_2 < x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(r)_{0,01}$: 0,18 < 0,25<0,49< <0,88;

- **за ступенем нелінійності ξ_2 (r) (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

α=0,05 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\xi_2(r)_{0,05}$: 0,89<1,59<3,11<4,29;

α=0,01 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$;$\xi_2(r)_{0,01}$: 1,14<2,04<3,99<5,50;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за $r_{кр.\alpha}$

α = 0,05 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,05}$: 2,01<2,22<3,43 < <4,52;

α=0,01 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\Sigma_{0,01}$: 2,02<2,53<4,24<5,68;

в) за функцією перетворення Фішера

- **за ступенем лінійності ξ_1 (z) (лінійний вплив) за z_α**

α=0,05 x_k: $x_2 < x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(z)_{0,05}$: 0,56<0,76<1,50<2,71;

α = 0,01 x_k: $x_2 < x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(z)_{0,01}$: 0,42<0,58<1,14<2,06;

- **за ступенем нелінійності ξ_2 (z) (нелінійний вплив) за z_α**

α=0,05x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\xi_2(z)_{0,05}$: 0,37<0,67<1,31<1,80;

α=0,01 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\xi_2(z)_{0,01}$: 0,49<0,88<1,72<2,37;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за z_α

α = 0,05 x_k: $x_1 \le x_4 < x_2 < x_3$; $\Sigma_{0,05}$: 2,07≤2,17<2,36<3,08;

α=0,01 x_k:$x_4 < x_1 < x_3 < x_2$; $\Sigma_{0,01}$: 2,02<2,30<2,55<2,79;

Таблиця 6

Матриця ступенів лінійності [ξ_1 (r)] та суми ступенів лінійності та нелінійності Σ [ξ_1 (r) + ξ_2 (r)] кореляційних зв'язків , визначених за розрахунковими та критичними коефіцієнтами кореляції (чисельник – для рівня значущості α = 0,05, знаменник – α =0,01)

ξ_j / ξ_i	$\xi(r)_1$	$\xi(r)_2$	$\xi(r)_3$	$\xi(r)_4$	$\xi(r)_5$	$\xi(r)_6$	$\xi(r)_7$	$\Sigma\|\xi_1(r)\|$	Θ	$\Sigma[\xi_1(r)+\xi_2(r)]$	Θ
$\xi(r)_1$	1	1,2313	0,2964	1,6426	0,2656	0,8897	0,3672	5,6928	6	19,0994	1
	1	0,9604	0,2312	1,2812	0,2072	0,6940	0,2864	4,6604	6	21,5662	1
$\xi(r)_2$	1,2313	1	2,6446	2,9933	0,7554	1,9482	1,5262	12,0990	1	17,5662	5
	0,9604	1	2,0628	2,3348	0,5892	1,5196	1,1904	9,6572	1	15,8069	5
$\xi(r)_3$	0,2964	2,6446	1	1,3877	0,8292	1,2646	3,1764	10,5989	3	18,3828	2
	0,2312	2,0628	1	1,0824	0,6468	0,9864	2,4776	8,4872	3	18,1847	4
$\xi(r)_4$	1,6426	2,9933	1,3877	1	1,6277	1,5456	0,5513	10,7482	2	16,4871	6
	1,2812	2,3348	1,0824	1	1,2696	1,2056	0,4300	8,6036	2	15,6726	6
$\xi(r)_5$	0,2656	0,7554	0,8292	1,6277	1	0,5959	0,5149	5,5887	7	17,1176	4
	0,2072	0,5892	0,6468	1,2696	1	0,4648	0,4016	4,5792	7	19,0780	2
$\xi(r)_6$	0,8897	1,9482	1,2646	1,5456	0,5959	1	0,7544	7,9984	4	15,0771	7
	0,6940	1,5196	0,9864	1,2056	0,4648	1	0,5884	6,4588	4	15,2456	7
$\xi(r)_7$	0,3672	1,5262	3,1764	0,5513	0,5149	0,7544	1	7,8904	5	17,6657	3
	0,2864	1,1904	2,4776	0,4300	0,4016	0,5884	1	6,3744	5	18,6248	3

Таблиця 7

Матриця ступенів нелінійності кореляційних зв'язків [ξ_2 (z)], визначених за функцією перетворення Фішера (чисельник – для рівня значущості α = 0,05, знаменник – α =0,01)

ξ_j / ξ_i	$\xi(z)_1$	$\xi(z)_2$	$\xi(z)_3$	$\xi(z)_4$	$\xi(z)_5$	$\xi(z)_6$	$\xi(z)_7$	$\Sigma\|\xi_2(z)\|$	Θ
$\xi(z)_1$	1	0,6309	2,6972	0,5964	1,5800	0,4678	1,1437	8,1160	1
	1	0,8301	3,5519	0,7849	2,0809	0,6161	1,5063	10,3702	1
$\xi(z)_2$	0,6309	1	0,2733	0,2964	1,0418	0,3864	0,5034	4,1322	7
	0,8301	1	0,3599	0,3901	1,3709	0,5084	0,6624	5,1218	7
$\xi(z)_3$	2,6972	0,2733	1	0,7135	0,9559	0,6191	0,2153	6,4743	3
	3,5519	0,3599	1	0,9391	1,2587	0,8153	0,2836	8,2085	3
$\xi(z)_4$	0,5964	0,2964	0,7135	1	0,6022	0,6365	1,8350	5,6800	5
	0,7849	0,3901	0,9391	1	0,7926	0,8377	2,4152	7,1596	5
$\xi(z)_5$	1,5800	1,0418	0,9559	0,6022	1	0,7027	0,8143	6,6969	2
	2,0809	1,3709	1,2587	0,7926	1	0,9255	1,0725	8,5011	5
$\xi(z)_6$	0,4678	0,3864	0,6191	0,6365	0,7027	1	0,5537	4,3662	6
	0,6161	0,5084	0,8153	0,8377	0,9255	1	0,7292	5,4322	6
$\xi(z)_7$	1,1437	0,5034	0,2153	1,8350	0,8143	0,5537	1	6,0654	4
	1,5063	0,6624	0,2836	2,4152	1,0725	0,7292	1	7,6692	4

Таблиця 8

Матриця ступенів лінійності [ξ_1 (z)] та суми ступенів лінійності та нелінійності $\Sigma[\xi_1(z)+\xi_2(z)]$ кореляційних зв'язків, визначених за функцією перетворення Фішера (чисельник–для рівня значущості α=0,05, знаменник–α=0,01)

ξ_j / ξ_i	$\xi(z)_1$	$\xi(z)_2$	$\xi(z)_3$	$\xi(z)_4$	$\xi(z)_5$	$\xi(z)_6$	$\xi(z)_7$	$\Sigma\|\xi_1(z)\|$	Θ	$\Sigma[\xi_1(z)+\xi_2(z)]$	Θ
$\xi(z)_1$	1	1,5851	0,3708	1,6768	0,6329	2,1378	0,8744	8,2778	6	16,3938	6
	1	1,2046	0,2815	1,2740	0,4806	1,6232	0,6639	6,5278	6	16,8980	3
$\xi(z)_2$	1,5851	1	3,6594	3,3742	0,9599	2,5884	1,9864	15,1534	1	19,2856	2
	1,2046	1	2,7789	2,5637	0,7295	1,9670	1,5096	11,7533	1	16,8751	4
$\xi(z)_3$	0,3708	3,6594	1	1,4015	1,0462	1,6151	4,6440	13,7370	2	20,2113	1
	0,2815	2,7789	1	1,0649	0,7945	1,2265	3,5266	10,6729	2	18,8814	1
$\xi(z)_4$	1,6768	3,3742	1,4015	1	1,6606	1,5712	0,5450	11,2293	5	16,9093	4
	1,2740	2,5637	1,0649	1	1,2617	1,1938	0,4141	8,7722	5	15,9318	5
$\xi(z)_5$	0,6329	0,9599	1,0462	1,6606	1	1,4232	1,2281	7,9509	7	14,6478	7
	0,4806	0,7295	0,7945	1,2617	1	1,0806	0,9324	6,2793	7	14,7804	7
$\xi(z)_6$	2,1378	2,5884	1,6151	1,5712	1,4232	1	1,8061	12,1418	3	16,5080	5
	1,6232	1,9670	1,2265	1,1938	1,0806	1	1,3713	9,4624	3	14,8946	6
$\xi(z)_7$	0,8744	1,9864	4,6440	0,5450	1,2281	1,8061	1	12,0840	4	18,1494	3
	0,6639	1,5096	3,5266	0,4141	0,9324	1,3713	1	9,4179	4	17,0871	2

Таблиця 9

Матриця ступенів нелінійності кореляційних зв'язків [ξ_2 (t)], визначених за розрахованими та критичними критеріями Стьюдента (чисельник – для рівня значущості α = 0,05, знаменник – α =0,01)

ξ_j / ξ_i	$\xi(t)_1$	$\xi(t)_2$	$\xi(t)_3$	$\xi(t)_4$	$\xi(t)_5$	$\xi(t)_6$	$\xi(t)_7$	$\Sigma[\xi_2$ (t)]	Θ
$\xi(t)_1$	1	0,6106	2,7090	0,5575	1,5925	0,4628	1,1503	8,0827	1
	1	0,8070	3,5805	0,7369	2,1049	0,6117	1,5204	10,3614	1
$\xi(t)_2$	0,6106	1	0,2235	0,2248	1,0332	0,3504	0,4764	3,9189	7
	0,8070	1	0,2954	0,2971	1,3656	0,4631	0,6297	4,8579	7
$\xi(t)_3$	2,7090	0,2235	1	0,6815	0,9457	0,5980	0,1563	6,3140	3
	3,5805	0,2954	1	0,9008	1,2499	0,7904	0,2065	8,0235	3
$\xi(t)_4$	0,5575	0,2248	0,6815	1	0,5638	0,6003	1,8298	5,4577	5
	0,7369	0,2971	0,9008	1	0,7452	0,7934	2,4185	6,8919	5
$\xi(t)_5$	1,5925	1,0332	0,9457	0,5638	1	0,7029	0,8163	6,6544	2
	2,1049	1,3656	1,2499	0,7452	1	0,9290	1,0789	8,4735	2
$\xi(t)_6$	0,4628	0,3504	0,5980	0,6003	0,7029	1	0,5506	4,2650	6
	0,6117	0,4631	0,7904	0,7934	0,9290	1	0,7278	5,3154	6
$\xi(t)_7$	1,1503	0,4764	0,1563	1,8298	0,8163	0,5506	1	5,9797	4
	1,5204	0,6297	0,2065	2,4185	1,0789	0,7278	1	7,5818	4

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності ξ_1(t) (лінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_2 \le x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(t)_{0,05}$: $0,55 \le 0,76 < 1,50 < 2,78$;

α=0,01 x_k: $x_2 \le x_1 < x_4 < x_3$; $\xi_1(t)_{0,01}$: $0,42 \le 0,58 < 1,14 < 2,10$;

- **за ступенем нелінійності ξ_2(t) (нелінійний вплив) за t_α**

α=0,05 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 < x_2$; $\xi_2(t)_{0,05}$: $0,36 < 0,67 < 1,32 < 1,82$;

α=0,01 x_k: $x_3 < x_4 < x_1 << x_2$; $\xi_2(t)_{0,01}$: $0,48 < 0,88 < 1,74 < 2,40$;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1$ (t) + ξ_2 (t)] (лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

α = 0,05 x_k: $x_4 < x_1 \le x_2 < x_3$; $\Sigma_{0,05}$: $1,17 < 2,08 \le 2,37 < 3,14$;

α=0,01 x_k: $x_4 < x_1 \le x_3 \le x_2$; $\Sigma_{0,01}$: $2,02 < 2,32 \le 2,58 \le 2,82$;

7) на y_7 (вік мікронерівностей покриття):

а) за коефіцієнтом кореляції $|r_{ik}|$ (лінійний вплив)

x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$;

$|r_{ik}|$: 5,26% ≤ 6,49 % ≤ 7,06% << 19,58%;

б) за критичними коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$

- **за ступенем лінійності ξ_1(r) (лінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(r)_{0,05}$: $0{,}27 \le 0{,}33 \le \le 0{,}36 < 1{,}004$;
$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(r)_{0,01}$: $0{,}21 \le 0{,}26 \le 0{,}28 < 0{,}78$;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(r)$ (нелінійний вплив) за $r_{кр.\alpha}$**

$\alpha=0{,}05$ x_k: $x_3 < x_2 < x_4 < x_1$; $\xi_2(r)_{0,05}$: $0{,}996 < 2{,}76 < <3{,}00 < 3{,}71$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_3 < x_2 < x_4 < x_1$; $\xi_2(r)_{0,01}$: $1{,}28 < 3{,}54 < 3{,}85 < <4{,}75$;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(r) + \xi_2(r)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за $r_{кр.\alpha}$

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_3 < x_2 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,05}$: $2{,}0 < 3{,}12 < 3{,}33 < <3{,}98$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_3 < x_2 < x_4 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: $2{,}06 < 3{,}82 < 4{,}11 < 4{,}96$;

в) за функцією перетворення Фішера

- **за ступенем лінійності $\xi_1(z)$ (лінійний вплив) за z_α**

$\alpha=0{,}05$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(z)_{0,05}$: $0{,}64 \le 0{,}79 \le 0{,}86 < 2{,}42$;
$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(z)_{0,01}$: $0{,}49 \le 0{,}60 \le 0{,}65 < 1{,}84$;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(z)$ (нелінійний вплив) за z_α**

$\alpha=0{,}05$ x_k: $x_3 < x_2 \le x_4 < x_1$; $\xi_2(z)_{0,05}$: $0{,}41 < 1{,}16 \le 1{,}26 < 1{,}56$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_3 < x_2 \le x_4 < x_1$; $\xi_2(z)_{0,01}$: $0{,}54 < 1{,}53 \le 1{,}66 < 2{,}05$;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(z) + \xi_2(z)]$** (лінійний + нелінійний впливи) за z_α

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_1 < x_3$; $\Sigma_{0,05}$: $2{,}02 \le 2{,}05 < 2{,}20 < 2{,}83$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_2 \le x_4 < x_3 < x_1$; $\Sigma_{0,01}$: $2{,}18 \le 2{,}26 < 2{,}38 < 2{,}54$;

г) за критерієм Стьюдента t_α

- **за ступенем лінійності $\xi_1(t)$ (лінійний вплив) за t_α**

$\alpha=0{,}05$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(t)_{0,05}$: $0{,}64 \le 0{,}79 \le 0{,}86 < <2{,}46$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_1 \le x_4 \le x_2 < x_3$; $\xi_1(t)_{0,01}$: $0{,}48 \le 0{,}60 < 0{,}65 << <<1{,}86$;

- **за ступенем нелінійності $\xi_2(t)$ (нелінійний вплив) за t_α**

$\alpha=0{,}05$ x_k: $x_3 < x_2 \le x_4 < x_1$; $\xi_2(t)_{0,05}$: $0{,}41 < 1{,}17 \le 1{,}27 < <1{,}57$;
$\alpha = 0{,}01$ x_k: $x_3 < x_2 < x_4 << x_1$; $\xi_2(t)_{0,01}$: $0{,}54 < 1{,}54 \le 1{,}68 < 2{,}07$;

- **за ступенем сумарного впливу $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ (лінійний + нелінійний впливи) за t_α**

$\alpha = 0{,}05$ x_k: $x_2 < x_4 \le x_1 < x_3$; $\Sigma_{0,05}$: $0{,}85 < 2{,}06 \le 2{,}21 < <2{,}87$;
$\alpha=0{,}01$ x_k: $x_2 < x_4 \le x_3 \le x_1$; $\Sigma_{0,01}$: $2{,}19 < 2{,}28 \le 2{,}40 \le \le 2{,}55$.

Рівняння ліній регресії за значущими коефіцієнтами кореляції між $y_i \sim x_к$ мають такий вигляд:

$y_1 = -4{,}6217 + 0{,}0106x_3$; $y_1 = 21{,}2475 - 5{,}6689x_4$;
$y_2 = 21{,}9659 - 0{,}1045x_2$; $y_2 = 12{,}0026 + 3{,}3370x_4$;
$y_3 = 48{,}5213 - 0{,}0145x_3$; $y_4 = 5{,}1526 - 0{,}5475x_4$;
$y_6 = 0{,}8059 - 0{,}0002x_3$; $y_6 = 0{,}5183 + 0{,}0282x_4$;
$y_7 = 46{,}3847 + 0{,}0572x_3$.

Рівняння ліній регресії за значущими коефіцієнтами кореляції між $x_к \sim x_m$ та $y_i \sim y_j$ мають такий вигляд:

$x_2 = 17{,}5011 + 0{,}0074x_3$; $x_3 = 1392{,}76 - 41{,}3049x_4$;
$y_1 = 22{,}0036 - 0{,}6725y_2$; $y_1 = 8{,}5786 + 4{,}4482y_4$;
$y_1 = 20{,}7525 - 20{,}0721y_6$; $y_2 = 10{,}4621 + 0{,}293y_3$;
$y_2 = 30{,}6615 - 2{,}895y_4$; $y_2 = 10{,}0505 + 15{,}6932y_6$;
$y_2 = 15{,}0785 + 0{,}0335y_7$; $y_3 = 38{,}9898 - 2{,}362y_4$;
$y_3 = 28{,}6496 + 0{,}1319y_5$; $y_3 = 19{,}2072 + 17{,}9313y_6$;
$y_3 = 14{,}7414 + 0{,}1227y_7$; $y_4 = 4{,}1928 - 0{,}0297y_5$;
$y_4 = 5{,}4358 - 2{,}5107y_6$; $y_5 = 1{,}0744 + 10{,}3617y_6$;
$y_5 = 4{,}1206 + 0{,}0244y_7$; $y_6 = 0{,}627 - 0{,}0004y_7$.

2.3. Визначення «лідерів» і «автсайдерів» функцій відгуку та вхідних факторів

1. За коефіцієнтом кореляції (лінійний вплив). При визначенні найбільш показної функції відгуку y_i та найбільш показного вхідного фактора x_k за коефіцієнтами кореляції використали теорію графів [23, 24], розглядаючи матриці суміжності графів (табл. 3, 4), у яких двом суміжним вершинам (рис.2) приписані значення, що дорівнюють величинам відповідних коефіцієнтів кореляції (табл. 2).

Таблиця 10

Матриця ступенів лінійності $[\xi_1(t)]$ та суми ступенів лінійності та нелінійності $\Sigma[\xi_1(t) + \xi_2(t)]$ кореляційних зв'язків , визначених за розрахунковими та критичними критеріями Стьюдента (чисельник – для рівня значущості $\alpha = 0{,}05$, знаменник – $\alpha = 0{,}01$)

ξ_i \ ξ_j	$\xi(t)_1$	$\xi(t)_2$	$\xi(t)_3$	$\xi(t)_4$	$\xi(t)_5$	$\xi(t)_6$	$\xi(t)_7$	$\Sigma[\xi_1(t)]$	Θ	$\Sigma[\xi_1(t)+\xi_2(t)]$	Θ
$\xi(t)_1$	1	1,6378	0,3691	1,7936	0,6279	2,1608	0,8693	8,4585	6	16,5412	6
	1	1,2392	0,2793	1,3570	0,4751	1,6348	0,6577	6,6431	6	17,0045	4
$\xi(t)_2$	1,6378	1	4,4741	4,4490	0,9679	2,8540	2,0989	17,4817	1	21,4006	2
	1,2392	1	3,3851	3,3661	0,7323	2,1593	1,5880	13,4700	1	18,3279	3
$\xi(t)_3$	0,3691	4,4741	1	1,4673	1,0574	1,6722	6,4001	16,4402	2	22,7542	1
	0,2793	3,3851	1	1,1101	0,8000	1,2652	4,8422	12,6819	2	20,7054	1
$\xi(t)_4$	1,7936	4,4490	1,4673	1	1,7737	1,6659	0,5465	12,6960	4	17,1537	4
	1,3570	3,3661	1,1101	1	1,3420	1,2604	0,4135	9,8491	4	16,7410	5
$\xi(t)_5$	0,6279	0,9679	1,0574	1,7737	1	1,4228	1,2251	8,0748	7	14,7292	7
	0,4751	0,7323	0,8000	1,3420	1	1,0765	0,9269	6,3528	7	14,8263	7
$\xi(t)_6$	2,1608	2,8540	1,6722	1,6659	1,4228	1	1,8161	12,5918	5	16,8568	5

	1,6348	2,1593	1,2652	1,2604	1,0765	1	1,3741	9,7703	5	15,0857	6
$\xi(t)_7$	0,8693	2,0989	6,4001	0,5465	1,2251	1,8161	1	13,9560	3	19,9357	3
	0,6577	1,5880	4,8422	0,4135	0,9269	1,3741	1	10,8024	3	18,3849	2

За процедурою [8] при виборі найбільш показних y_i та x_k із груп y_1, …, y_7 та x_1, …, x_4 давали оцінку сумарної сили лінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|r_{ij}\right|$ та $\sum_{k,m=1}^{n=4}\left|r_{km}\right|$ кожного y_i та x_k з відповідної групи **y** (або **x**) на решту y_j та x_m за теорією ґрафів [23, 24], поставивши у відповідність сумі, що міститься в рядку, ранг Θ (табл. 3, 4). У табл. 3 і 4: $\left|r_{ij}\right| = \left|r_{ji}\right|$, $\left|r_{km}\right| = \left|r_{mk}\right|$. Ці результати дозволили виявити мажорантні ряди за зростаючою сумарною силою зв'язку (сума елементів матриць табл. 3 і 4) та виявити «лідерів» і «автсайдерів»за коефіцієнтами кореляції (табл. 2):

- **за функцією відгуку**

$$y_5 \le y_1 < y_7 \le y_6 < y_3 \le y_4 < y_2; \quad (7)$$

$\Sigma\,|r_{ij}|$: 1,89≤1,92<2,34≤2,36<2,87≤2,903,16;

- **за вхідними факторами**

$$x_1 < x_4 < x_2 < x_3. \quad (8)$$

$\Sigma\,|r_{ij}|$: 1,12<1,20<1,26<1,32.

2. За ступенями лінійності, нелінійності або сумою ступенів лінійності та нелінійності. При визначенні найбільш показної функції відгуку y_i використали теорії ґрафів [23, 24], розглядаючи матриці суміжності ґрафів (аналогія рис. 2), яких двом суміжним вершинам приписані значення, що дорівнюють величинам відповідних ступенів рівності ξ_1 (r), ξ_1 (z), ξ_1 (t), ступенів нерівності ξ_2 (r), ξ_2 (z), ξ_2 (t) або суми ступенів рівності та нерівності $\Sigma[\xi_1$ (r) + ξ_2 (r)], $\Sigma[\xi_1$ (z) + ξ_2 (z)], $\Sigma[\xi_1$ (t) + ξ_2 (t)] кореляційних зв'язків.

2.1. За критичним значенням коефіцієнта кореляції. За процедурою [8] при виборі найбільш показних функцій відгуку y_i із ґруп y_1, …, y_7 давали оцінку: сумарної сили нелінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_2\left(r_{ij}\right)\right|$ (табл. 5); сумарної сили лінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_1\left(r_{ij}\right)\right|$ (табл.6); сумарної сили сумісного лінійного та нелінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left[\xi_1\left(r_{ij}\right)+\xi_2\left(r_{ij}\right)\right]$ (табл. 6) кожного y_i з відповідної ґрупи [y] на решту y_j за теорією ґрафів [23, 24]. У табл. 5, 6 ξ_2 $(r_{ij}) = \xi_2$ (r_{ji}), ξ_1 $(r_{ij}) = \xi_1$ (r_{ji}), $[\xi_1$ $(r_{ij}) + \xi_2$ $(r_{ij})] = [\xi_1$ $(r_{ji}) + \xi_2$ $(r_{ji})]$. Ці результати (табл. 5, 6) дозволили виявити мажорантні ряди за зростаючою сумарною силою зв'язку $y_i \sim y_j$ (сума елементів матриць табл. 5 і 6) та виявити «лідерів» та «автсайдерів» за:

а) ступенями нелінійності ξ_2 (r)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01$ $\quad y_2 < y_4 < y_6 < y_3 < y_7 < y_5 < y_1;$ (9)

у ряді (9) $\Sigma\xi_2$ (r) змінюється від 5,017 до 13,407 ($\alpha = 0{,}05$) та від 6,150 до 16,906 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 5);

б) ступенями лінійності ξ_1 (r)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01$ $\quad y_5 \le y_1 < y_7 \le y_6 < y_3 \le y_4 < y_2;$ (10)

у ряді (10) $\Sigma\xi_1$ (r) змінюється від 5,589 до 12,099 ($\alpha = 0{,}05$) та від 4,579 до 9,657 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 6);

в) сумою ступенів лінійності та нелінійності $\Sigma[\xi_1$ (r)+ ξ_2 (r)]

$\alpha = 0{,}05$ $\quad y_6 < y_4 < y_2 \le y_5 < y_7 \le y_3 < y_1;$ (11)

$\alpha = 0{,}01$ $\quad y_6 < y_4 < y_2 < y_3 < y_7 < y_5 < y_1;$ (12)

у рядах (11), (12) $\Sigma\,[\xi_1$ (r)+ ξ_2 (r)] змінюється від 15,077 до 19,099 ($\alpha = 0{,}05$) та від 15,246 до 21,566 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 6).

2.2. За функцією перетворення Фішера z. За процедурою [8] при виборі найбільш показних функцій відгуку y_i із ґруп y_1, …, y_7 давали оцінку: сумарної сили нелінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_2\left(z_{ij}\right)\right|$ (табл. 7); сумарної сили лінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_1\left(z_{ij}\right)\right|$ (табл. 8); сумарної сили сумісного лінійного та нелінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left[\xi_1\left(z_{ij}\right)+\xi_2\left(z_{ij}\right)\right]$ (табл. 8) кожного y_i з відповідної ґрупи [y] на решту y_j за теорією ґрафів [23, 24]. У табл. 7, 8 ξ_2 $(z_{ij}) = \xi_2$ (z_{ji}), ξ_1 $(z_{ij}) = \xi_1$ (z_{ji}), $[\xi_1$ $(z_{ij}) + \xi_2$ $(z_{ij})] = [\xi_1$ $(z_{ji}) + \xi_2$ $(z_{ji})]$. Ці результати (табл. 7, 8) дозволили виявити мажорантні ряди за зростаючою сумарною силою зв'язку $y_i \sim y_j$ (сума елементів матриць табл. 7 і 8) та виявити «лідерів» та «автсайдерів» за:

а) ступенями нелінійності ξ_2 (z)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01$ $\quad y_2 < y_6 < y_4 < y_7 < y_3 < y_5 < y_1;$ (13)

у ряді (13) ξ_2 (z) змінюється від 4,132 до 8,116 ($\alpha = 0{,}05$) та від 5,122 до 10,370 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 7);

б) ступенями лінійності ξ_1 (z)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01$ $\quad y_5 < y_1 < y_4 < y_7 \le y_6 < y_3 < y_2;$ (14)

у ряді (14) ξ_1 (z) змінюється від 7,951 до 15,153 ($\alpha = 0{,}05$) та від 6,279 до 11,753 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 8);

в) сумою ступенів лінійності та нелінійності $\Sigma[\xi_1$ (z)+ ξ_2 (z)]

$\alpha = 0{,}05$ $\quad y_5 < y_1 \le y_6 < y_4 < y_7 \le y_2 < y_3;$ (15)

$\alpha = 0{,}01$ $\quad y_5 \le y_6 < y_4 < y_2 < y_1 < y_7 < y_3;$ (16)

у рядах (15), (16) $\Sigma\,[\xi_1$ (z)+ ξ_2 (z)] змінюється від 14,648 до 20,211 ($\alpha = 0{,}05$) та від 14,780 до 18,881 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 8).

2.3. За критерієм Стьюдента t. За процедурою [15] при виборі найбільш показних функцій відгуку y_i із ґруп y_1, …, y_7 давали оцінку: сумарної сили нелінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_2\left(t_{ij}\right)\right|$ (табл. 9); сумарної сили лінійного впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left|\xi_1\left(t_{ij}\right)\right|$ (табл. 10); сумарної сили сумісного лінійного та нелінійного

впливу $\sum_{i,j=1}^{n=7}\left[\xi_1(t_{ij})+\xi_2(t_{ij})\right]$ (табл. 10) кожного y_i з відповідної ґрупи [y] на решту y_j за теорією ґрафів [23, 24]. У табл. 9, 10 $\xi_2(t_{ij}) = \xi_2(t_{ji})$, $\xi_1(t_{ij}) = \xi_1(t_{ji})$, $[\xi_1(t_{ij}) + \xi_2(t_{ij})] = = [\xi_1(t_{ji}) + \xi_2(t_{ji})]$. Ці результати (табл. 9, 10) дозволили виявити мажорантні ряди за зростаючою сумарною силою зв'язку $y_i \sim y_j$ (сума елементів матриць табл. 9 і 10) та виявити «лідерів» та «автсайдерів» за:

а) ступенями нелінійності ξ_2 (t)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01 \quad y_2 < y_6 < y_4 < y_7 < y_3 < y_5 < y_1;$ (17)

у ряді (17) ξ_2 (t) змінюється від 3,919 до 8,083 ($\alpha = 0{,}05$) та від 4,858 до 10,361 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 9);

б) ступенями лінійності ξ_1 (t)

$\alpha = 0{,}05;\ \alpha = 0{,}01 \quad y_5 < y_1 < y_6 < y_4 < y_7 < y_3 < y_2;$ (18)

у ряді (18) ξ_1 (t) змінюється від 8,075 до 17,482 ($\alpha = 0{,}05$) та від 6,353 до 13,470 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 10);

в) сумою ступенів лінійності та нелінійності $\Sigma[\xi_1(t)+\xi_2(t)]$

$\alpha = 0{,}05 \quad y_5 < y_1 < y_6 < y_4 < y_7 < y_2 < y_3;$ (19)

$\alpha = 0{,}01 \quad y_5 < y_6 < y_4 < y_1 < y_2 \le y_7 < y_3;$ (20)

у рядах (19), (20) $\Sigma\ [\xi_1(t)+\xi_2(t)]$ змінюється від 14,729 до 22,754 ($\alpha = 0{,}05$) та від 14,826 до 20,705 ($\alpha = 0{,}01$) (табл. 10).

Висновки

1. Вперше введено у науковий обіг математичних методів у матеріалознавстві оцінки:

- **ступеня лінійності** (нелінійності) кореляційного зв'язку за розрахованим коефіцієнтом кореляції $|r|$, функцією перетворення Фішера $|z|$ та $|t|$ - критерієм Стьюдента та їх теоретичними значеннями: критичним коефіцієнтом кореляції $r_{кр.}$, добутком квантилі нормованого нормального розподілу Ґаусса та середнім квадратичним відхиленням функції z(N): $[z\,(1 - \alpha/2)\cdot \sigma_z]$, табличним значенням t_T (α, f = N – 2);
- **ступеня відповідності** (невідповідності) емпіричного (вибіркового) розподілу результатів експерименту або спостереженню теоретичному розподілу за нормальним законом Ґаусса за критеріями: асиметрії та ексцесу розподілу та за їх середніми квадратичними відхиленнями, омега-квадрат та хі-квадрат Пірсона.

2. **Виявлено, що, розглядаючи y_1 та x_k як неперервні випадкові величини** за ступенями відповідності емпіричного розподілу теоретичному нормальному розподілу Ґаусса, вибірковий розподіл висот мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні (y_2), діаметрів мікронерівностей у середній площині шорсткої поверхні (y_3) та бонітету покриття (y_4) підпорядкований теоретичному нормальному розподілу Ґаусса, а розподіл складу покриття (y_1) та показної площі покриття (y_5), експозиції схилу мікронерівностей (x_1), стрімкості схилу мікронерівностей (x_2), висоти мікронерівностей над підкладкою (товщина покриття) (x_3) та тип ансамблю мікронерівностей (x_4) не підпорядковані теоретичному нормальному закону Ґаусса, що накладає певні обмеження на висновки щодо оцінок результатів кореляційного аналізу. Вибірковий розподіл повноти (щільності) покриття (y_6) та віку мікронерівностей покриття (часу від початку процесу осадження) (y_7) близький до теоретичного нормального розподілу.

3. **Виявлено, що, розглядаючи y_1 та x_k як дискретні випадкові величини**, за показниками ступеня аґреґації $\Psi = \frac{S^2}{\bar{x}}$, розподіл складу покриття y_1 ($\psi = 16{,}17$ од.>>1), показної площі y_5 (ψ=12,42од.>>1), віку мікронерівностей покриття y_7 (ψ=12,31 од. >> 1) та висоти мікронерівностей над підкладкою (товщини покриття) x_3 (ψ=13,36 од.>>1) є сильно контаґіозний; розподіл діаметрів мікронерівностей в середній площині шорсткої поверхні y_3 (ψ=1,97 од. > 1) та стрімкостей схилу мікронерівностей x_2 (ψ=1,62 од. > 1) є слабоконтаґіозний; розподіл висот мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні y_2 (ψ=0,99 од. ≈ 1) є випадковим Пуассона; розподіл бонітету покриття y_4 (ψ=0,19 од. << 1); повноти (щільності покриття) y_6 (ψ=0,02 од. << 1); типу ансамблю мікронерівностей покриття x_4 (ψ=0,098од.<<1) є явно рівномірним, а розподіл експозиції схилу мікронерівностей покриття x_1 (ψ=0,85 од.<1) є рівномірним з низькою ознакою.

4. **Результати аналізу щільності** лінійного і нелінійного кореляційних зв'язків між y_i та x_k залежать від критеріїв їх оцінки:

а) максимальна лінійність зв'язків спостерігається (за першими трьома «лідерами» у порядку зменшення зв'язку):

- **за абсолютним значенням коефіцієнта кореляції** $|r_{x,y}|$: між висотою виступу мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2) та типом ансамблю мікронерівностей покриття (x_4), потім – між бонітетом покриття (y_4) та типом ансамблю мікронерівностей покриття (x_4), за тим – між діаметром мікронерівностей в середній площині шорсткої поверхні (y_3) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3);
- **за ступенем лінійності за критичним значенням коефіцієнта кореляції $\xi_1(r)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01: теж саме, як і за $|r_{x,y}|$;
- **за ступенем лінійності за z-функцією перетворення Фішера $\xi_1(z)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01: між повнотою (щільністю) покриття (y_6) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3), потім – між складом покриття (y_1) та типом ансамблю мікронерівностей покриття (x_4), затим – між віком мікронерівностей (часом від початку нанесення покриття) (y_7) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3);
- **за ступенем лінійності за t-критерієм Стьюдента $\xi_1(t)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01: між повнотою (щільністю) покриття (y_6) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3), потім – між складом покриття (y_1) та типом ансамблю мікронерівностей покриття (x_4), за тим – між висотою виступу

мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2) та типом ансамблів мікронерівностей покриття (y_4);

б) максимальна нелінійність зв'язків спостерігається (за першими трьома «лідерами» у порядку зменшення щільності зв'язку):

- **за ступенем нелінійності за критичним значенням коефіцієнта кореляції $\xi_2(r)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01: між висотою виступу мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2) та експозицією схилу мікронерівностей покриття (x_1), потім – між бонітетом покриття (y_4) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3), за тим – між показною площею покриття (y_5) та експозицією схилу мікронерівностей покриття (x_1);
- **за ступенем нелінійності за z-функцією перетворення Фішера $\xi_2(z)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01: між висотою виступу мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2) та експозицією схилу мікронерівностей покриття (x_1), потім – між бонітетом покриття (y_4) та висотою мікронерівностей над підкладкою (товщиною покриття) (x_3), за тим – між діаметром мікронерівностей в середній площині шорсткої поверхні (y_3) та експозицією схилу мікронерівностей покриття (x_1);
- **за ступенем нелінійності за t-критерієм Стьюдента $\xi_2(t)$** з рівнем значущості α=0,05 та α=0,01:

закономірність така, як за оцінкою $\xi_2(z)$.

5. **Складені мажорантні ряди** впливу вхідних параметрів x_k на функції відгуку y_i, за якими максимальний вплив мають:

- **на склад покриття** (y_1), висоту виступу мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2), бонітет покриття (y_4) впливає тип ансамблю мікронерівностей (x_4); на діаметр мікронерівності в середній площині шорсткої поверхні (y_3), повноту (щільність) покриття (y_6), вік мікронерівностей покриття (y_7), впливає висота мікронерівності над підкладкою (товщина покриття) (x_3); на показну площу покриття (y_5) впливає стрімкість (крутизна) схилу мікронерівності (x_2) за абсолютним значенням коефіцієнта кореляції $|r_{x,y}|$ та ступенем рівності за величиною критичного коефіцієнта кореляції $\xi_1(r)$, за z-функцією перетворення Фішера $\xi_1(z)$ та t-критерієм Стьюдента $\xi_1(t)$ за лінійним законом з рівнем значущості α=0,05 і α=0,01;
- **на склад покриття (y_1) та повноту (щільність) покриття (y_6)** впливає стрімкість (крутизна) схилу мікронерівності (x_2); на висоту виступу мікронерівностей над середньою площиною шорсткої поверхні покриття (y_2), діаметр мікронерівності в середній площині шорсткої поверхні (y_3), показну площу покриття (y_5) та вік мікронерівностей покриття (y_7) впливає експозиція схилу мікронерівності (x_1); на бонітет покриття (y_4) впливає висота мікронерівності над підкладкою (товщина покриття) (x_3) за ступенем рівності за величиною критичного коефіцієнта кореляції $\xi_2(r)$, за z-функцією перетворення Фішера $\xi_2(z)$ та t-критерієм Стьюдента $\xi_2(t)$ за нелінійним законом з рівнем значущості α=0,05 і α=0,01;
- **за сумарним (лінійний + нелінійний) впливом** повторюється закономірність за нелінійним впливом з α=0,05 та α=0,01 (для y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) та α=0,01 (для y_6, y_7), лише для α=0,05 на повноту (щільність) покриття (y_6) та вік мікронерівностей покриття (y_7) впливає висота мікронерівності над підкладкою (товщина покриття) (x_3) при оцінці за $\xi_1(t) + \xi_2(t)$.

6. **Використана теорія графів** для виявлення «лідерів» та «автсайдерів» функції цілі за допомогою коефіцієнтів кореляції між y_i та y_j, процедури створення матриці цих коефіцієнтів та їх суми і визначення рангів для y_i. Вперше теорія графів та така процедура використана за участю ступенів лінійності, нелінійності та ступеня сумарного (лінійного + нелінійного) зв'язку за величиною критичного значення коефіцієнта кореляції $\xi_1(r)$ і $\xi_2(r)$, z-функцією перетворення Фішера $\xi_1(z)$ і $\xi_2(z)$ та t-критерієм Стьюдента $\xi_1(t)$ і $\xi_2(t)$. Найбільш обґрунтовані сумарні оцінки: $\xi_1(r) + \xi_2(r)$, $\xi_1(z) + \xi_2(z)$, $\xi_1(t) + \xi_2(t)$.

7. Процедура пошуку оптимуму при багатопараметричному завданні полягала у відсіюванні функцій цілі з низьким рангом (7 і менше) та

а) або накладання обмеження на решту функцій цілі у вигляді одно- або двосторонніх нерівностей і пошуку оптимуму за одним (з високим рангом (1)) параметром оптимізації;

б) або створення узагальненої функції бажаності D із всіх або частини, що залишилися після відсіювання, параметрів оптимізації: $D = \sqrt[n]{d_1 \cdot d_2 \cdot \ldots \cdot d_i \cdot \ldots d_n}$, де $0 \le D \le 1$; $d_i = \exp(-\exp y'_i)$ – частинні функції бажаності; $0 \le d_i \le 1$; $y'_i = b_0 + b_1 y_i$; $y'_i = b_0 + b_1 y_i + b_{11} y_i^2$; $y'_i = b_0 + b_1 / y_i$; $y'_i = b_0 \ln y_i$ і т. ін. – безрозмірні параметри оптимізації y_i, які мають значення … –3, –2, –1, 0, +1, +2, +3… За D ведуть оптимізацію.

Сіренко Г.О. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теоретичної і прикладної хімії;
Кузишин О.В. – асистент кафедри теоретичної і прикладної хімії, магістр;
Сіренко О.Г. – кандидат біологічних наук, молодший науковий співробітник відділу природничої флори;
Мідак Л.Я. – кандидат хімічних наук, доцент кафедри теоретичної і прикладної хімії;
Солтис Л.М. – аспірант кафедри теоретичної і прикладної хімії.

[1] В.И. Кириченко, Г.А. Сиренко, Л.М. Кириченко. *Способ химического меднения углеродных материалов: А.С. № 1604862 (СССР).* - №4465219. – Заяв. 16.05.88. – Опубл. 7.11.90.

[2] Г.А. Сиренко, В.П. Свидерский, В.Д. Герасимов, В.З. Никонов. *Антифрикционные термостойкие полимеры.* Техніка, К. (1978).

[3] Г.М. Гуняев. Сопротивление сдвигу композитов на основе вискеризованных волокон // *Механика полимеров,* (3), сс. 492-501 (1973).

[4] М.Л. Дмитрук, О.Ю. Борковська, С.В. Мамикін, Д.О. Науменко. Оптичні і фотоелектричні властивості мікрорельєфних гетероструктур метал – напівпровідник з проміжним шаром фулериту С 60 // *Фізика і хімія твердого тіла,* 10 (1), сс. 68-73 (2009).

[5] Г.К. Жолудів, С.Л. Хрипко. Вплив соляної кислоти на механізми утворення поруватого кремнію // *Фізика і хімія твердого тіла,* 10 (1), сс. 149-156 (2009).

[6] О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин. Моделі розподілу особин на пробних площах: 2. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз (статистична рівність ряду генеральних дисперсій) // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія.* Х, сс. 95-113 (2008).

[7] О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак. Стан популяцій сосни кедрової європейської (Pinus Cembra L.) в Українських Карпатах: екологічна приуроченість деревостанів (загальний та кореляційний аналізи) // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. XII*, сс. 188-208 (2008).

[8] В.Б. Тихомиров Планирование и анализ эксперимента. Легкая индустрия, М. 264 с. (1974).

[9] М.Н. Степнов. *Статистическая обработка результатов механических испытаний. Машиностроение, М.* 232 с. (1972).

[10] Л.С. Зажигаев, А.А. Кишьян, Ю.И. Романиков. *Методы планирования и обработки результатов физического эксперимента.* Атомиздат, М. 232 с (1978).

[11] А.Б. Волощенко, І.А. Джалладова. *Теорія ймовірностей та математична статистика: навч.-метод. посібник для самост. вивчення дисц.* [для студ. економ. спеціал. вищ. навч. заклад.]. Київ. Нац. економ. ун-т, К. 256 с. (2003).

[12] О. Г. Сіренко, О.В.Кузишин. Моделі розподілу особин на пробних площах: 2. Статистичні характеристики. Дисперсійний аналіз (статистична рівність ряду ґенеральних дисперсій) // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія.* Х, сс. 95 – 113 (2008).

[13] О.Г. Сіренко, О.В.Кузишин, Л.Я.Мідак. Моделі розподілу особин на пробних площах: 3. Статистичні характеристики. Кореляційний та регресійний аналізи // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. XI,* сс. 76-89 (2008).

[14] О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин, Л.Я. Мідак. Моделі розподілу особин на пробних площах: 4. Розподіл особин сосни кедрової європейської (Pinus cembra L.) та ялини звичайної (Picea abies) за нормальним законом Ґаусса // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. XI,* сс. 90-98 (2008).

[15] В.П. Сигорский. *Математический аппарат инженера. 2 изд.* Техніка, К. 768 с. (1977).

[16] Г. Корн, Т. Корн. *Справочник математика для научных работников и инженеров.* Наука, М. 832с. (1978).

[17] Дж.С. Бендат, А.Г. Пирсол. *Измерение и анализ случайных процессов.* Мир, М. 408 с. (1971).

[18] Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. *Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий.* Наука, М. 280 с. (1976).

[19] С.Н. Воловельская, А.И. Жилин, С.А. Кулиш, В.Б. Сивый. *Нелинейная корреляция и регрессия.* Техніка, К. 130 с. (1971).

[20] С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. *Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии.* Высш. шк., М. 320 с. (1978).

[21] В.В. Федоров. *Теория оптимального эксперимента (планирование регрессионных экспериментов): монография.* Наука, М. 312 с. (1971).

[22] В.В. Налимов, Н.А. Чернова. *Статистические методы планирования экстремальных экспериментов.* Наука, М. 340 с. (1965).

[23] Л.Ю. Березина. *Графы и их применение: Пособие для учителей.* Просвещение, М. 144 с. (1979).

[24] Р. Уилсон. *Введение в теорию графов.* Мир, М. 208 с. (1977).

[25] О.Г. Сіренко, О.В. Кузишин. Моделі розподілу особин на пробних площах: 1. Постановка завдання // *Вісник Прикарп. нац. ун-ту ім. В. Стефаника. Серія Біологія. X*, сс. 88-95 (2008).

[26] Я.П. Дідух. *Популяційна екологія. Фітосоціоцентр,* К. 192 с. (1998).

H. A. Sirenko[1], O.V. Kuzyshyn[1], O. H. Sirenko[2], L.Ya. Midak[1], L.M. Soltys

Methods of Estimates of Factors which Act on the Optimization Parameters and Procedure of Screening of Optimization Parameters for Solution the Multiparameters Tasks in Material Technology

[1]Vasyl Stefanyk' PreCarpathian National University,
57, Shevchenko Str., Ivano-Frankivsk, 76000, Ukraine
[2] National botanical gardens named after M.M.Grishko Natainal Academy of Science of UKRAINE,
1, Timirjazeva Str., 01014, Kyiv, Ukraine

The hypothetical process of plating the roughness surface of base using the complex initial composition of materials has been investigated with «black box» model. Dependence of the layer composition, projection height of microunevenness and its diameter on the average layer surface, quality index, representative area and age of microunevenness on the exposition and steepness of decline, height on the base and type of sets of microunevenness has been shown. The majorant rows optimization parameters have been determined with the graph theory that have let to reduce their quantity for solution of optimization task.